

# EFFETTO DOPPLER

**A Cura di:**

**Giuseppe Giliberto**

**4 Giugno 2004**

## Introduzione

Questo lavoro è stato già presentato come conferenza presso la sede della Associazione Cernuschese Astrofili (ACA) dal socio Giuseppe Giliberto il 4 di giugno 2004.

Lo scopo della sua introduzione on-line è quello di fare partecipi tutti a quanto esposto.

Il tema principale è quello dell' Effetto Doppler nelle sue manifestazioni nei vari campi, come il suono, la radiazione elettromagnetica, la cosmologia e la gravitazione.

Oltre alle immagini sono introdotte applets che si prelevano direttamente on-line con la descrizione relativa, contribuendo ad una maggiore e migliore spiegazione dei fenomeni.

Il lavoro non si deve considerare esaustivo, né eventualmente privo di errori, e per questo si possono consultare una moltitudine di articoli e trattazioni on-line.

Sono gradite, comunque, osservazioni e richieste di ulteriori spiegazioni indirizzando la e-mail al seguente indirizzo: [giuseppe.giliberto@fastwebnet.it](mailto:giuseppe.giliberto@fastwebnet.it)



## **Christian Andreas Doppler**

**Born: 29 Nov 1803 in Salzburg, Austria**

**Died: 17 March 1853 in Venice, Italy**

## L'effetto Doppler

Il giorno 25 Maggio del 1842 **Christian Andreas Doppler**, matematico e fisico Austriaco, presentò alla **Royal Bohemian Society di Praga** il documento contenente la sua più famosa e brillante idea: la scoperta di quel fenomeno fisico che va sotto il nome di:

### Effetto Doppler.

**Christian Andreas Doppler** nacque a Salisburgo (Austria) nel 1803 e morì a Venezia nel 1853 dove si era recato alla ricerca di un clima più caldo che giovasse alla sua salute malferma.

Laureato in matematica e astronomia all'università di Vienna ebbe una vita accademica non fortunata, ma movimentata con dispiaceri e delusioni, alla ricerca di un posto di lavoro stabile nelle università e nei licei austriaci ove dedicarsi all'insegnamento ed alla ricerca. Finalmente, quando stava per emigrare negli Stati Uniti, gli fu offerto un posto di insegnante presso l'Istituto Tecnico di Praga.

Nel documento presentato veniva espresso, per la prima volta, il principio fisico che mette in relazione la frequenza di un segnale sonoro o luminoso emesso da una sorgente con la sua velocità relativa ad un osservatore.

Egli trattò il segnale sonoro e luminoso alla stessa stregua, cioè come onde longitudinali propagantisi nella materia e nell'etere rispettivamente (allora l'etere era considerato il mezzo deputato alla propagazione della onde elettromagnetiche).

La teoria di Doppler sulle onde luminose come onde longitudinali non inficiava tuttavia la validità dell'effetto Doppler, anche se da poco Fresnel aveva pubblicato la sua teoria sulla luce come onde trasversali; e questa era già nota a Doppler che però non la accettava.

**Principio fisico che riveste una importanza straordinaria in astrofisica e cosmologia.**

Doppler, anche se, per i mezzi di allora, non gli fu possibile sperimentare il fenomeno con la luce proveniente dalle stelle (per verificare il cambiamento di colore), lo sperimentò con i segnali sonori, ma predisse anche che esso, in un futuro non molto distante, avrebbe offerto agli astronomi un mezzo per determinare i movimenti e le distanze delle stelle e una facilitazione alla conoscenza dell'universo.

Nel 1845 furono eseguiti i primi esperimenti sonori con la sorgente in movimento verso l'osservatore.

Un gruppo di musicisti posti su un treno suonavano degli strumenti mentre questo si avvicinava e si allontanava ad un altro gruppo fermo vicino ai binari che prendeva nota della variazione della tonalità delle note. Il risultato era conforme a quanto predetto.

Nel 1846 Doppler pubblicò una versione più completa di questo principio considerando l'effetto risultante dal movimento contemporaneo della sorgente e dell'osservatore.

Nel 1848 il fisico francese Hippolyte Fizeau verificò la teoria dell'effetto Doppler per la luce e per questo motivo il fenomeno è anche chiamato **Effetto Doppler-Fizeau**.

Come generalmente succede, quando nuove idee, in qualunque campo, si affacciano all'attenzione, queste vengono osteggiate o, al meglio, sopportate con grande scetticismo.

## Cosa è l'effetto Doppler

L'effetto Doppler si verifica quando una sorgente di suoni o di luce (radiazione elettromagnetica) ed un osservatore sono dotati di moto relativo di avvicinamento o di allontanamento lungo la loro congiungente ed è chiamato, per questo, anche effetto **Doppler radiale**.

Esso si manifesta con un cambiamento apparente della frequenza o della lunghezza d'onda del segnale percepito dall'osservatore, che si traduce in variazione della tonalità del suono o del colore della luce.

E' importante notare che la frequenza del segnale emesso dalla sorgente non subisce variazioni e che l'effetto Doppler si verifica soltanto nella percezione del segnale luminoso o sonoro da parte dell'osservatore.

## Effetto Doppler per il suono

Una sorgente di suoni, rispetto ad un osservatore fermo, può assumere o uno stato di quiete o uno stato di avvicinamento o uno stato di allontanamento, come si può notare nel disegno di [figura 1](#), ove è rappresentato graficamente il cambiamento della lunghezza d'onda del segnale emesso a seconda dello stato della sorgente.

In conseguenza l'onda sonora viene percepita dall'osservatore con una tonalità o frequenza diversa che nel caso di sorgente ferma cui corrispondono invece valori di questa relativi alla emissione dalla sorgente.

Se la sorgente si avvicina la tonalità del suono diventa più alta, più acuta, di frequenza più alta e la lunghezza d'onda diminuisce.

Se la sorgente si allontana la tonalità del suono diventa più bassa, più cupa, di frequenza più bassa e la lunghezza d'onda aumenta.

E' da precisare che un osservatore solidale con la sorgente emittente non percepisce questo effetto perché non c'è moto relativo fra loro.

Nella vita quotidiana ci possiamo rendere conto dell'effetto Doppler sui fenomeni sonori, ascoltando il suono della sirena dell'ambulanza o della polizia, o il suono del clacson di un'automobile, o il rombo di un'auto di formula 1, o di un aereo in fase di atterraggio (o altro).



Questi suoni, generalmente, risultano essere diversi in fase di avvicinamento e di allontanamento, come specificato prima, ma risultano anche essere, in particolari condizioni, modulati in frequenza in quanto c'è una continua variazione della tonalità. Questo ultimo aspetto sarà spiegato in seguito, ma rientra sempre nell'effetto Doppler (v. Effetti sonori percepiti).

In più l'effetto Doppler risulta più accentuato quanto maggiore è la differenza di velocità, come nelle gare automobilistiche di formula 1.

Tutto questo si può sperimentare nel seguente applet per il suono della sirena della polizia <http://www.colorado.edu/physics/2000/applets/doppler2.html>

e nella [figura 2](#) per i suoni del clacson dell'automobile e dell'aereo, ove sono rappresentati anche i sonogrammi relativi.

L'applet seguente, [http://ww2.unime.it/weblab/ita/doppler/doppler\\_ita.htm](http://ww2.unime.it/weblab/ita/doppler/doppler_ita.htm), mostra l'effetto Doppler sulla lunghezza d'onda del suono nel caso di un'ambulanza che si avvicina ad un osservatore fermo.

La seguente applet mostra l'effetto della variazione della velocità della sorgente sulla lunghezza d'onda del suono:

<http://www.colorado.edu/physics/2000/applets/doppler.html>

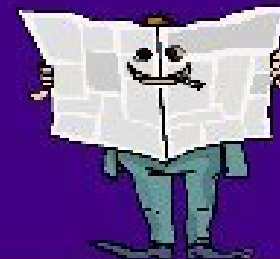
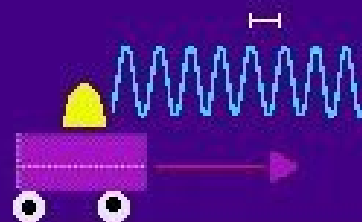
Due animazioni fanno vedere la generazione di onde sonore da una sorgente ferma e in movimento nel seguente sito:

<http://www.altracustica.org/tutorials/doppler.htm>

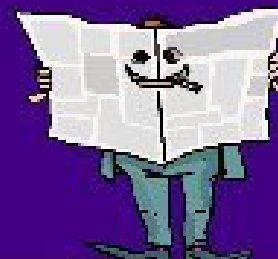
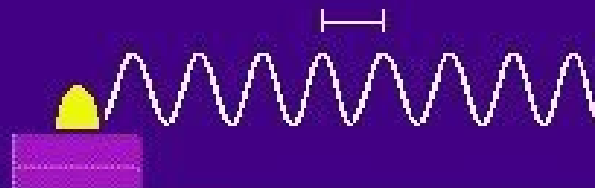
Una descrizione dei sonogrammi, o spettro sonoro dell'evoluzione del suono nel tempo dovuto all'effetto doppler, si trova nel seguente sito:

<http://www.altracustica.org/tutorials/sonogramma.htm>

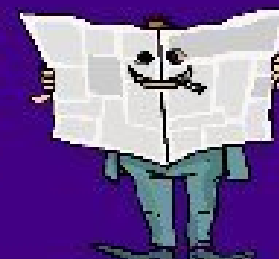
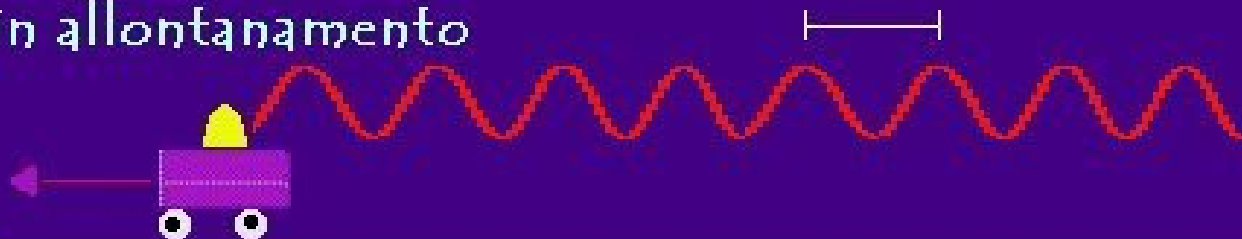
sorgente  
in avvicinamento



sorgente  
ferma

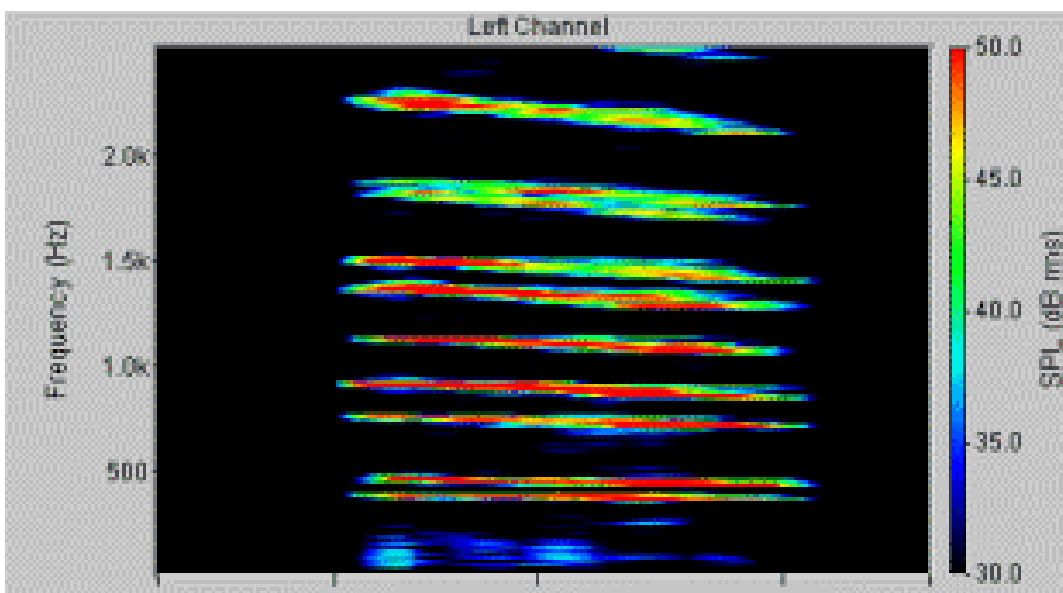


sorgente  
in allontanamento

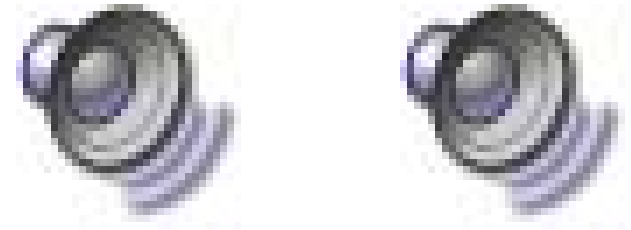


**FIG. 1**

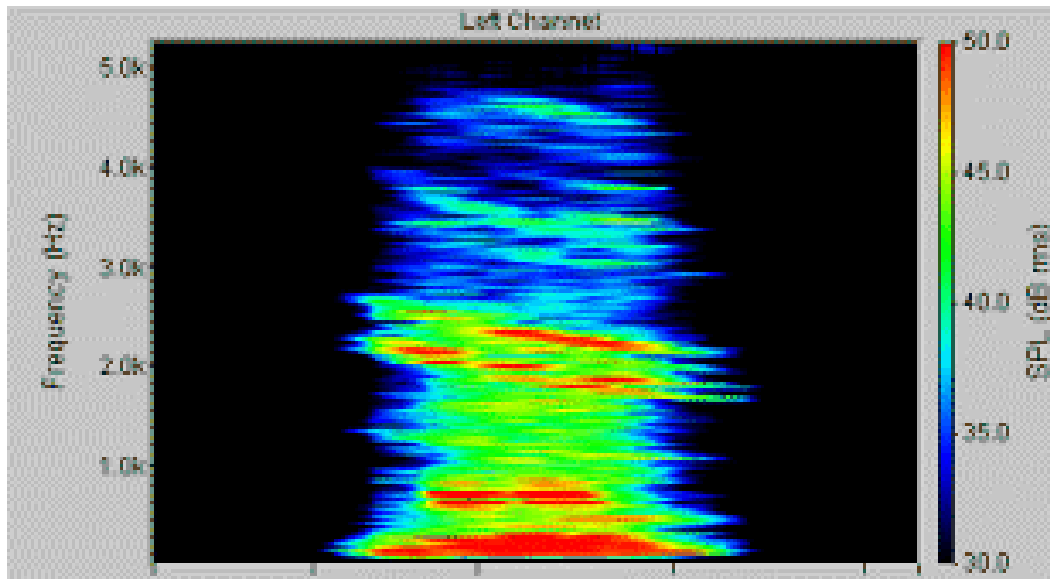
**Effetto Doppler sulle onde sonore con evidenziata la variazione della lunghezza d'onda**



Sonogramma di un clacson



[http://www.altracustica.org/tutorials/doppler\\_01.wav](http://www.altracustica.org/tutorials/doppler_01.wav)



Sonogramma di un aereo in fase di atterraggio



[http://www.altracustica.org/tutorials/doppler\\_02.wav](http://www.altracustica.org/tutorials/doppler_02.wav)

FIG.2

## Effetto Doppler per la luce (radiazione elettromagnetica)

Nel caso della luce l'effetto Doppler si manifesta con variazione nel colore del raggio luminoso percepito, dovuto ad un cambiamento della frequenza e della lunghezza d'onda con spostamento verso l'estremità **rossa (redshift)** o spostamento verso l'estremità **blu (blushift)** nella zona del visibile dello spettro elettromagnetico.

Lo spostamento verso il **rosso** si ha quando l'osservatore e la sorgente di luce si allontanano l'uno rispetto all'altra per cui la luce viene ricevuta con una frequenza più bassa (lunghezza d'onda più alta) di quella avuta all'istante della emissione.

Lo spostamento verso il **blu** si ha quando l'osservatore e la sorgente di luce si avvicinano l'uno rispetto all'altra per cui la luce viene ricevuta con una frequenza più alta (lunghezza d'onda più bassa) di quella avuta all'istante della emissione.

Nel 1929 Hubble osservò che la luce proveniente dalle galassie si spostava sempre più verso il rosso quanto più lontane esse si trovavano.

Questo gli suggerì che esse si allontanavano e che la velocità di allontanamento era proporzionale alla loro distanza.

Hubble formulò la sua famosa legge della recessione delle galassie e della espansione dell'universo introducendo la costante  $H$  di espansione espressa in  $\text{km/sec} \cdot \text{parsec}$ .

Si veda la [figura 3](#).

sorgente  
in avvicinamento

sorgente  
ferma

sorgente  
in allontanamento



**FIG. 3** Effetto Doppler sullo spostamento verso il blu e verso il rosso.

In astronomia l'effetto Doppler è di importanza fondamentale in quanto permette di determinare i movimenti delle stelle, delle galassie e degli oggetti astronomici in genere.

Infatti l'analisi con opportuni mezzi e tecniche (spettroscopia) permette di determinare la variazione in frequenza o in lunghezza d'onda delle righe spettrali (di assorbimento o di emissione), emesse dagli elementi contenuti nell'oggetto celeste, rispetto al valore rilevato in laboratorio sulla terra.

Da questo spostamento si ricava la velocità di allontanamento o di avvicinamento dell'oggetto ma anche la presenza degli elementi.

E' da notare che l'analisi spettrale con l'effetto Doppler viene estesa a tutto lo spettro della radiazione elettromagnetica.

Per esempio gli astronomi rivelano la presenza di idrogeno atomico nelle nubi interstellari nelle galassie lontane e la loro velocità di recessione analizzando la sua riga caratteristica di emissione di **spin** spostata da 21cm a 21,1cm, cui corrisponde una velocità di allontanamento di 1400km/sec.

Per gli usi civili l'effetto Doppler sulla radiazione elettromagnetica è applicato nel Radar per determinare la velocità degli oggetti individuati.

Per esempio per controllare la velocità di un automobile da parte della polizia.

## Differenza fra suono e luce

La formulazione del fenomeno è differente nel caso si tratti di segnali sonori o di segnali elettromagnetici.

Nel caso delle onde sonore, queste si propagano in un mezzo fisico dove sono immersi sia l'osservatore che la sorgente emittente del segnale.

Se consideriamo che il mezzo fisico non abbia movimenti (ad esempio a causa del vento) ed è quindi statico, sarà la sorgente o l'osservatore o ambedue contemporaneamente ad essere dotati di movimento relativo.

Sia:       **$V_s$ =velocità della sorgente;**       **$V_p$ =velocità di propagazione del suono;**  
          **$V_o$ =velocità osservatore.**

Queste velocità sono considerate relative ad un sistema di riferimento solidale col mezzo. Se è l'osservatore che si muove, e quindi la sorgente è solidale con il mezzo, il fronte d'onda sonoro raggiunge l'osservatore con una velocità pari a:

$$V_p \pm V_o.$$

Se è la sorgente che si muove, e quindi l'osservatore è solidale con il mezzo, il fronte d'onda raggiunge l'osservatore con una velocità pari a:

$$V_p.$$



Per le onde sonore ricevute dall'osservatore non c'è dunque simmetria, si ottengono risultati diversi e l'entità della variazione dipende non solo dalla velocità relativa fra sorgente e osservatore ma anche dal modo in cui questa è realizzata, cioè in dipendenza dei seguenti casi:

- 1) Sorgente in movimento- osservatore fermo;**
- 2) Sorgente ferma-osservatore in movimento;**
- 3) Sorgente ed osservatore in movimento.**

Nel caso delle onde elettromagnetiche, queste non richiedono un mezzo fisico per propagarsi (avendo superato l'idea della esistenza dell'etere con la esperienza dei due brillanti fisici americani Michelson e Morley) e raggiungono l'osservatore con una velocità che è sempre la stessa ed è indipendente sia dalla velocità di quest'ultimo sia da quella della sorgente.

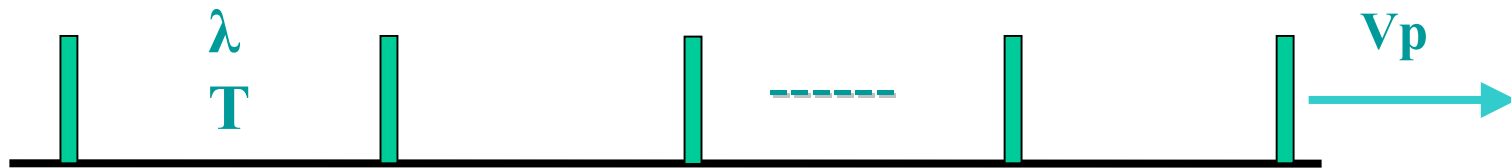
L'effetto Doppler dovuto ai segnali elettromagnetici viene descritto nella sua completezza con la teoria della relatività soprattutto quando si hanno velocità relative fra sorgente e osservatore comparabili con la velocità della luce, mentre per valori molto inferiori si può applicare la stessa formulazione valevole per il suono.

## Costituzione dei segnali

I segnali che consideriamo, potendo essere sonori o elettromagnetici, sono in genere caratterizzati da parametri legati fra di loro da una relazione ben precisa, come si può vedere in [figura 4](#), ove sono rappresentati: la funzione geometrica di una semplice onda sinusoidale, una animazione di un'onda piana trasversale elettromagnetica e una applet delle onde in acqua.

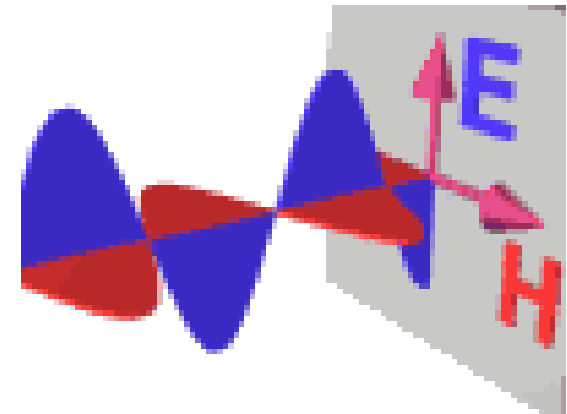
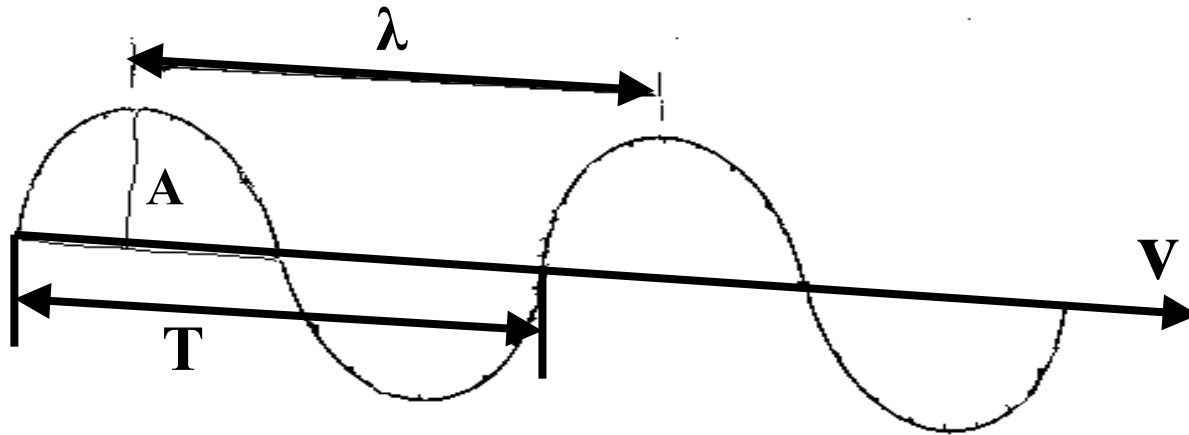
Il segnale che una sorgente può generare non è detto che sia sempre sinusoidale, per cui possiamo pensare, per semplicità e comodità rappresentativa, ad una sequenza di impulsi, come indicati nel seguente disegno, cadenzati da un tempo  $T$ , detto periodo, distanziati nello spazio dalla distanza  $\lambda$ , detta lunghezza d'onda, e propagantisi nel mezzo con una velocità  $V_p$ .

La lunghezza d'onda  $\lambda$  è la distanza percorsa dall'onda nel tempo  $T$  alla velocità  $V_p$ , cioè, anche, la distanza che intercorre fra due creste di un'onda sinusoidale o fra due impulsi.



## FIG. 4 Animazione e rappresentazione grafica di un'onda generica

[http://www.colorado.edu/physics/2000/waves\\_particles/waves.html](http://www.colorado.edu/physics/2000/waves_particles/waves.html)



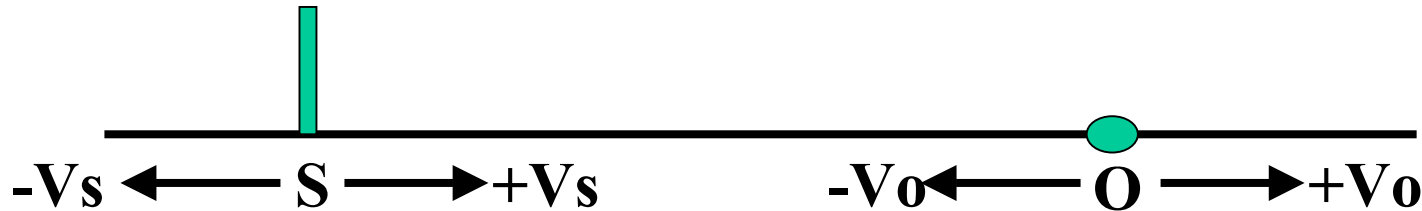
L'onda è caratterizzata dalle seguenti grandezze:

- *lunghezza d'onda:*  $\lambda$ ;
  - *ampiezza massima:*  $A$ ;
  - *frequenza:*  $f$ ;
  - *periodo:*  $T$ ;
  - *velocità di propagaz.:*  $v$ ;
  - *valore istantaneo:*  $a$
- La equazione matematica che descrive la forma dell'onda nel tempo e nello spazio è:
- $$a(t,d) = A \cdot \text{sen } 2\pi/T \cdot (t - d/v)$$
- $$\lambda = v/f = v \cdot T; \quad f = 1/T;$$
- $$v = f \cdot \lambda$$

## Convenzione sul movimento relativo fra sorgente S e osservatore O

Per quando riguarda la velocità di spostamento  $V_s$ , della sorgente del segnale, e  $V_o$ , dell'osservatore, si deve tenere conto non solo del valore numerico ma anche della direzione relativa, per cui viene trattata sempre una velocità positiva o negativa lungo la direzione congiungente la sorgente e l'osservatore.

A tale scopo, per il segno, si userà la convenzione indicata nel disegno qui di seguito.



## Sorgente in movimento - osservatore fermo

Si consideri una sorgente di segnali **S** e un osservatore **O**. La loro distanza sia **SO**.

Sia **V<sub>s</sub>** la velocità con cui la **S** si sposta, che sarà positiva se si avvicina ad **O**, negativa se si allontana da **O**.

Sia **V<sub>p</sub>** la velocità con cui il segnale si propaga nel mezzo (velocità del suono).

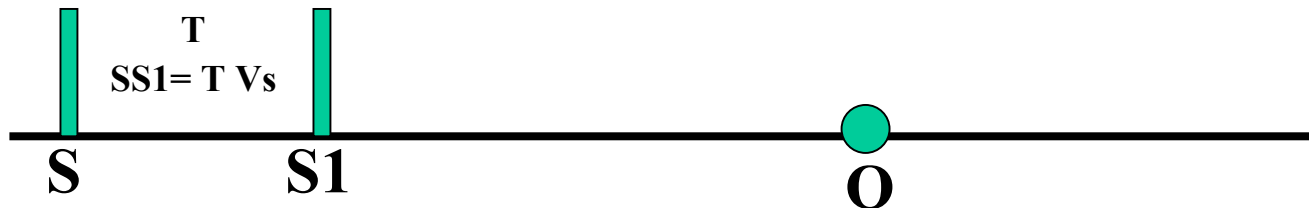
Sia **T** il periodo di emissione dei segnali.

Sia **f** la frequenza di emissione dei segnali.

Sia  $\lambda$  la lunghezza d'onda dei segnali emessi.

La sorgente **S** emette periodicamente degli impulsi con cadenza temporale **T**, frequenza **f** e lunghezza d'onda  $\lambda$ .

La sorgente si muove verso **O** con velocità **V<sub>s</sub>** che, per la convenzione fatta, è positiva.



La sorgente emette un impulso e questo percorre il tratto SO in un tempo  $t_1 = SO/V_p$  arrivando all'osservatore O.

Dopo un tempo T la sorgente emette il secondo impulso dalla posizione S1, avendo percorso intanto il tratto  $SS1 = T V_s$ .

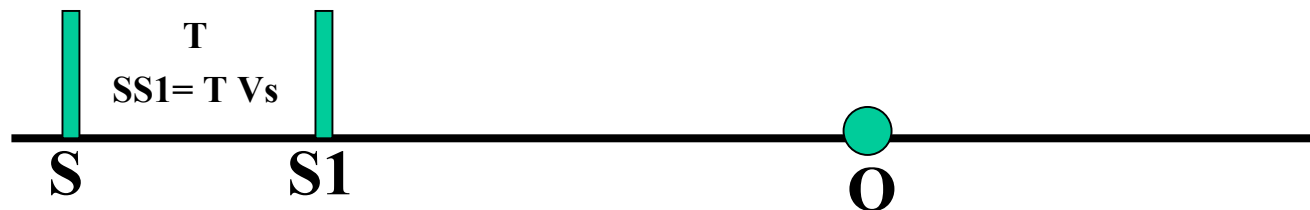
Questo secondo impulso percorrerà il tratto  $S1O = SO - SS1$  in un tempo:  
 $t_2 = S1O/V_p = (SO - SS1)/V_p$ .

L'osservatore vedrà arrivare il secondo impulso complessivamente al tempo:  
 $T + t_2$ .

Per l'osservatore O quindi la cadenza, il nuovo periodo, con cui arrivano gli impulsi è:

$$\begin{aligned} T' &= (T + t_2) - t_1 = T + S1O/V_p - SO/V_p = \\ &= T + (SO/V_p - SS1/V_p) - SO/V_p = \\ &= T + SO/V_p - TV_s/V_p - SO/V_p = \end{aligned}$$

$$\underline{T (1 - V_s/V_p)}$$



## Conclusion

**La cadenza temporale con cui l'osservatore riceve gli impulsi è diminuita:**

$$T' = T ( 1 - V_s/V_p )$$

**La frequenza, cioè la tonalità nel caso di suono, è aumentata:**

$$f' = 1/T' = f / (1 - V_s/V_p )$$

**La lunghezza d'onda è diminuita:**

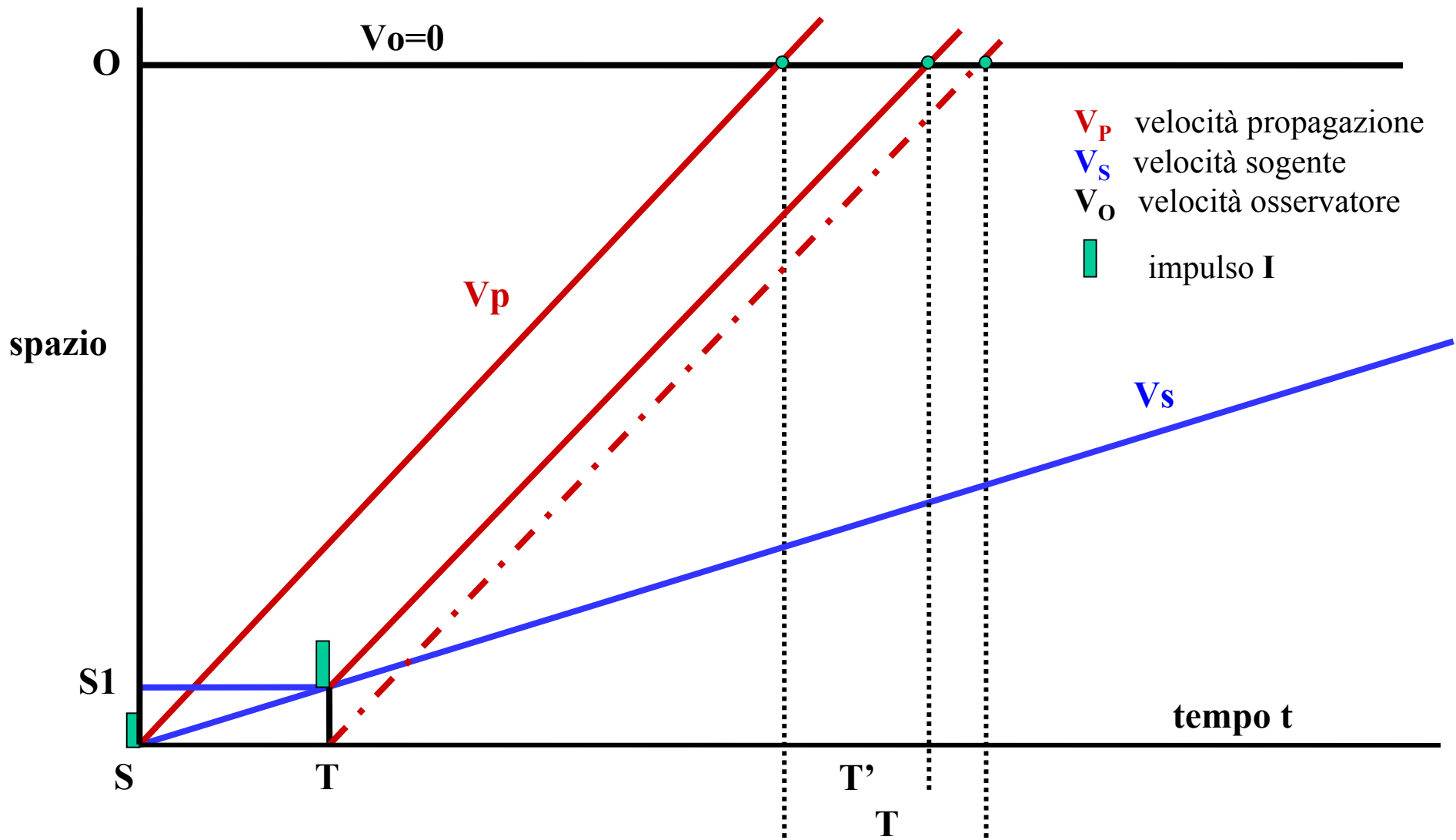
$$\lambda' = V_p T'$$

**Quanto ricavato analiticamente si può anche dedurre dalla rappresentazione grafica indicata in [figura 5](#).**

A completamento di questa trattazione bisogna considerare che una sorgente di segnali può anche allontanarsi dall'osservatore, nel qual caso la  $V_s$  diventa negativa, come da convenzione, e nelle formule precedenti il segno  $-$  deve essere sostituito dal segno  $+$ . Allora il periodo diventa più grande, la frequenza di tonalità più bassa, più cupa e la lunghezza d'onda più grande.

**Alla luce di quanto analizzato riprendiamo l'applet della ambulanza**

[http://ww2.unime.it/weblab/ita/doppler/doppler\\_ita.htm](http://ww2.unime.it/weblab/ita/doppler/doppler_ita.htm).



**FIG. 5**

**Rappresentazione grafica dell'effetto Doppler con sorgente in movimento verso l'osservatore**



## Sorgente ferma-osservatore in movimento

In questo caso si suppone che l'osservatore si allontani dalla sorgente ferma con velocità  $V_o$ . Secondo la convenzione quindi è considerata col segno positivo.

L'analisi viene sviluppata con l'ausilio della [figura 6](#), in cui è rappresentata una serie di impulsi, generati dalla sorgente  $S$  con cadenza  $T$  e viaggianti alla velocità di propagazione  $V_p$  verso l'osservatore.

Ciascun impulso incontra l'osservatore in tempi diversi  $t$  e la differenza fra due qualunque di questi tempi consecutivi dà il valore della nuova cadenza  $T'$  con cui essi sono sentiti dall'osservatore.

Al tempo  $t=0$  l'osservatore si trova ad una generica distanza  $d_0$  dalla sorgente da cui parte il primo impulso  $I_1$  che incontrerà l'osservatore dopo un tempo  $t_1$  alla distanza  $d_1$ , essendo:

$$d_1 = d_0 + V_o t_1 = V_p t_1 \quad \text{da cui} \quad t_1 = d_0 / (V_p - V_o)$$

Ripetendo lo stesso procedimento per gli altri impulsi emessi nei tempi  $T, 2T, 3T$ , si ottengono rispettivamente i seguenti tempi di incontro con l'osservatore:

$$t_2 = (d_0 + V_p T) / (V_p - V_o); \quad t_3 = (d_0 + V_p 2T) / (V_p - V_o); \quad t_4 = (d_0 + V_p 3T) / (V_p - V_o);$$

La cadenza temporale con cui l'osservatore riceve gli impulsi è quindi data dalle differenze fra tempi contigui:

$$t_2 - t_1 \quad 0 \quad t_3 - t_2 \quad 0 \quad t_4 - t_3$$

che risultano uguali e pari a:

$$T' = T / ( 1 - V_o / V_p )$$

Quindi l'effetto Doppler in questo caso porta ad un aumento del periodo.

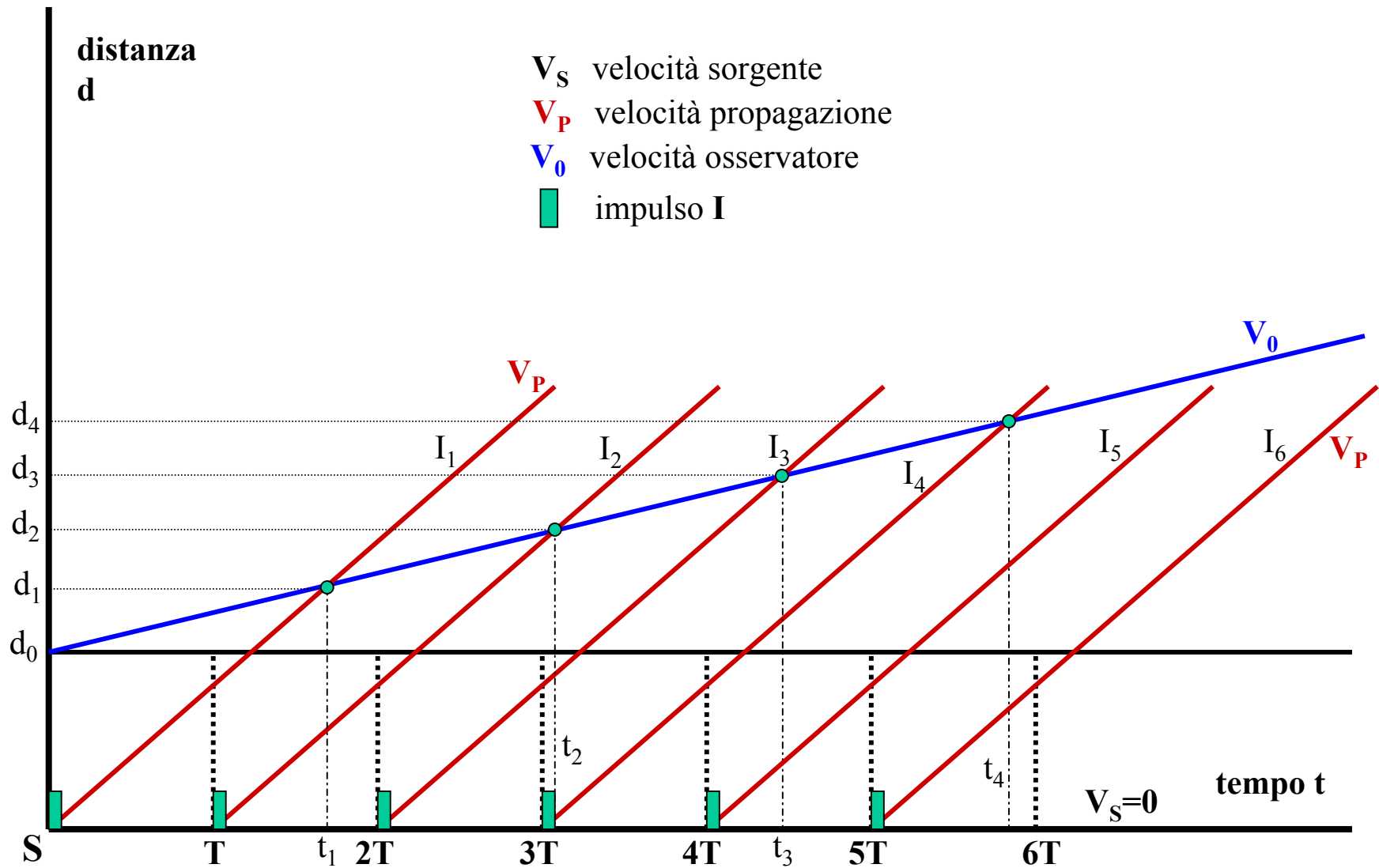
La frequenza, cioè la tonalità del suono, è diminuita:

$$f' = 1/T' = f ( 1 - V_o / V_p )$$

La lunghezza d'onda è aumentata:

$$\lambda' = V_p T'$$

Nel caso di velocità  $V_s$  negativa, secondo la convenzione concordata, si cambia il segno – in + con effetti contrari.



**FIG.6** Rappresentazione grafica dell'effetto Doppler con sorgente ferma ed osservatore in movimento

## Confronto dei due casi

### Sorgente in movimento

### Osservatore fermo

$$V_s \neq 0; V_o = 0$$

$$T' = T ( 1 - V_s/V_p )$$

$$f' = 1/T' = f / (1 - V_s/V_p)$$

$$\lambda' = V_p T'$$

$$(V_s \neq 0 \text{ e } V_o \neq 0)$$

### Sorgente ferma

### Osservatore in movimento

$$V_s = 0; V_o \neq 0$$

$$T' = T / ( 1 - V_o/V_p )$$

$$f' = 1/T' = f (1 - V_o/V_p)$$

$$\lambda' = V_p T'$$

Risulta evidente da questa analisi che l'effetto Doppler nei due casi non gode di simmetria e da luogo a formulazioni diverse.

## Sorgente ed Osservatore in movimento relativo generico

In natura certamente esiste la combinazione che sia la sorgente che l'osservatore siano contemporaneamente in movimento, per cui bisogna considerare che, anche in questo caso, deve esistere una relazione.

E' evidente che per arrivare al risultato di questa combinazione di condizioni basta considerare il risultato parziale di una condizione ed inserirlo come elemento di riferimento nella formulazione dell'altra condizione.

Così operando vengono qui indicate le relazioni fra le frequenze, le lunghezze d'onda ed i periodi nel caso di moto composito:

$$f' = f (1 - V_o/V_p) / (1 - V_s/V_p)$$

$$T' = T (1 - V_s/V_p) / (1 - V_o/V_p)$$

$$\begin{aligned} \lambda' &= V_p T' = V_p T (1 - V_s/V_p) / (1 - V_o/V_p) = \\ &= \lambda (1 - V_s/V_p) / (1 - V_o/V_p) \end{aligned}$$

E' facile constatare che si ottengono le espressioni già viste nel caso di un solo moto sia per la sorgente o per l'osservatore ( $V_s=0$  o  $V_o=0$ )

Dal punto di vista pratico, ai fini di misure che vengono effettuate, interessa però considerare la **variazione percentuale** della frequenza ma, soprattutto, della lunghezza d'onda, che sono date dalle seguenti relazioni:

$$(\lambda' - \lambda) / \lambda = \Delta \lambda / \lambda = (V_o - V_s) / (V_p - V_o)$$

$$(f' - f) / f = \Delta f / f = (V_s - V_o) / (V_p - V_s)$$

Da queste relazioni generali si possono ricavare le relazioni particolari già trovate relativamente alla sorgente ferma,  $V_s=0$ , o all'osservatore fermo,  $V_o=0$ , sempre rispettando le convenzioni del segno positivo o negativo e quelle relative alla variazione percentuale.

Riferendoci in particolare alla variazione della lunghezza d'onda, vediamo i due casi.

$$V_o = 0 \quad \underline{\Delta \lambda / \lambda = -V_s / V_p}$$

$$V_s = 0 \quad \Delta \lambda / \lambda = V_o / (V_p - V_o)$$

Facciamo osservare che generalmente l'osservatore ha una velocità di molto inferiore rispetto alla velocità di propagazione del segnale  $V_p$ , per cui la seconda relazione si può approssimare a:

$$V_s = 0 \quad \underline{\Delta \lambda / \lambda = V_o / V_p}$$

## Effetti sul propagazione del fronte d'onda del suono

E' certamente interessante vedere come si configura il fronte d'onda sonoro emesso, ad esempio, da un aeroplano mentre questo si muove ad una certa velocità rispetto alla velocità del suono, confermando la relazione matematica già analizzata.

Ma è altrettanto interessante vedere , anche, come cambia la configurazione del fronte d'onda al variare del rapporto tra velocità  $V_s$  della sorgente **S** e velocità di propagazione del suono  $V_p$ .

Vari casi sono presi in considerazione iniziando da  $V_s=0$  fino a  $V_s$  uguale e superiore alla velocità del suono, fino a  $1.4V_p$ .

Facendo riferimento alla velocità del suono si introduce l'unità di misura **Mach**, che corrisponde alla velocità del suono nell'aria a  $273^\circ\text{k}$  al livello del mare, pari a **340 m/sec** cioè a **1224 km/ora**.

Nella seguente pagina web vengono descritti questi vari casi di effetto doppler per differenti valori di velocità relativa

<http://www.kettering.edu/~drussell/Demos/doppler/doppler.html>

Si possono anche combinare i vari casi nei seguenti applets:

<http://www.phy.ntnu.edu.tw/java/Doppler/Doppler.html>

<http://lectureonline.cl.msu.edu/~mmp/applist/doppler/d.htm>

Infine nella [figura 7](#) è rappresentato l'istante del superamento della barriera del suono da un F-18.

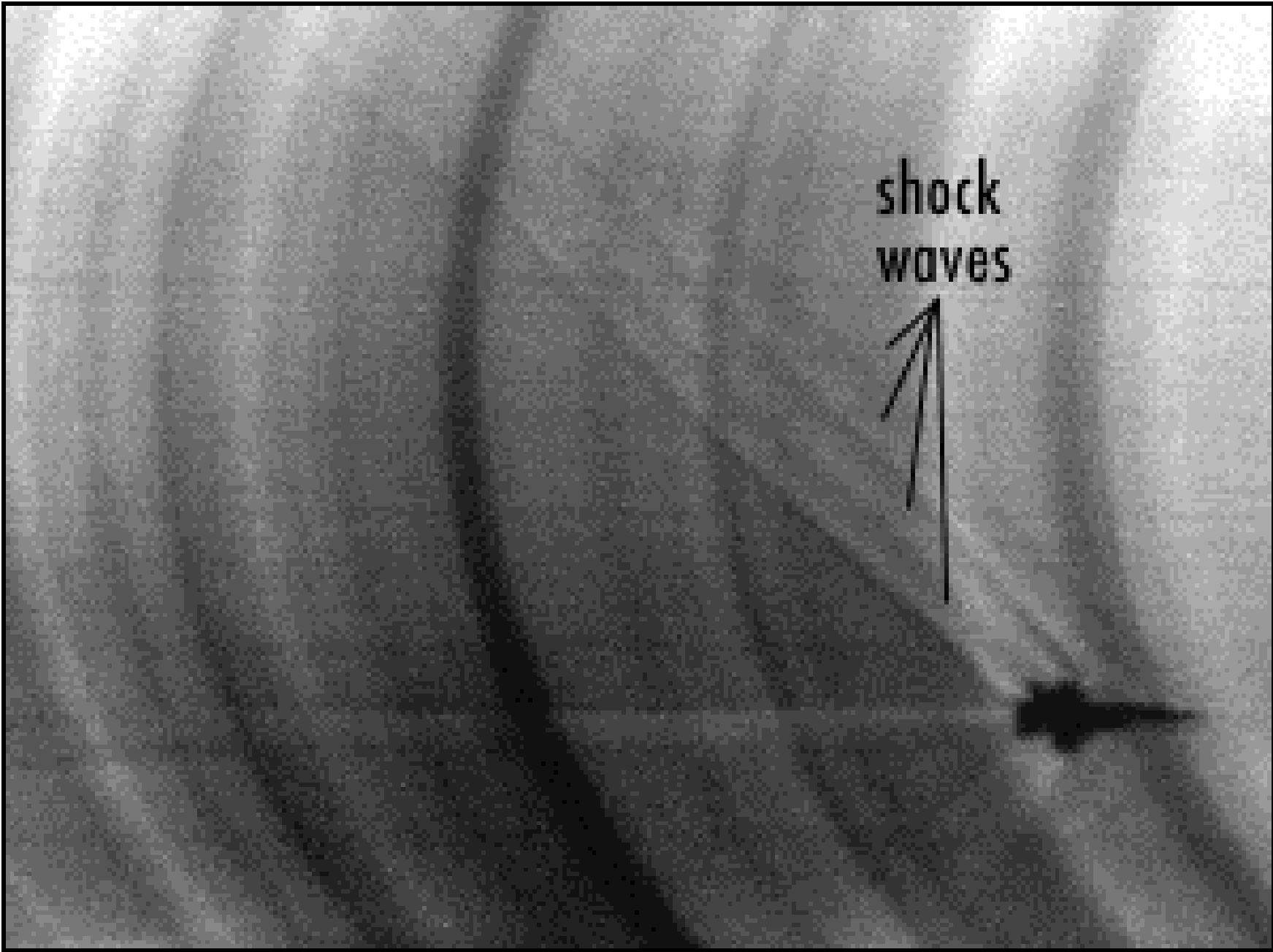
Si può osservare anche il filmato di questo evento nel MPEG movie indicato nella stessa figura.

<http://www.kettering.edu/~drussell/Demos/doppler/mach1.mpg>

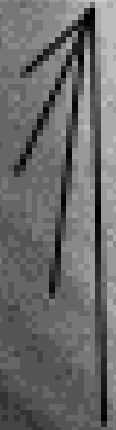
E' disponibile la spiegazione di questo evento nella pagina web:

<http://www.kettering.edu/~drussell/Demos/doppler/doppler.html>





shock  
waves





**FIG. 7** F-18 nell' istante di superamento della barriera del suono.

## La percezione del suono per effetto Doppler

La formulazione fin qui trovata presuppone che osservatore e sorgente si muovano lungo la loro congiungente per cui, come già accennato, con questa configurazione relativa si trova l'effetto Doppler radiale.

Con riferimento all'applet della sirena dell'ambulanza, [http://ww2.unime.it/weblab/ita/doppler/doppler\\_ita.htm](http://ww2.unime.it/weblab/ita/doppler/doppler_ita.htm), si vede che le onde acustiche colpiscono l'osservatore, mentre questa si avvicina, con una tonalità **costante** e più *alta* del suono effettivo emesso (*normale*).

Quando l'ambulanza avrà raggiunto l'osservatore, egli sarà colpito subito da onde acustiche con una tonalità pari a quella del suono effettivo emesso.

Quando l'ambulanza avrà sorpassato l'osservatore e si allontana, egli sarà raggiunto subito da onde acustiche con una tonalità ancora **costante** e più *bassa* di quella del suono effettivo emesso.

Possiamo dire che, con questa configurazione, l'osservatore sentirà un brusco salto della tonalità dalla più alta (*valore in funzione della velocità relativa*) a quella del suono effettivo emesso (*che durerà un breve istante*) e da quest'ultima alla più bassa (*valore in funzione della velocità relativa*).

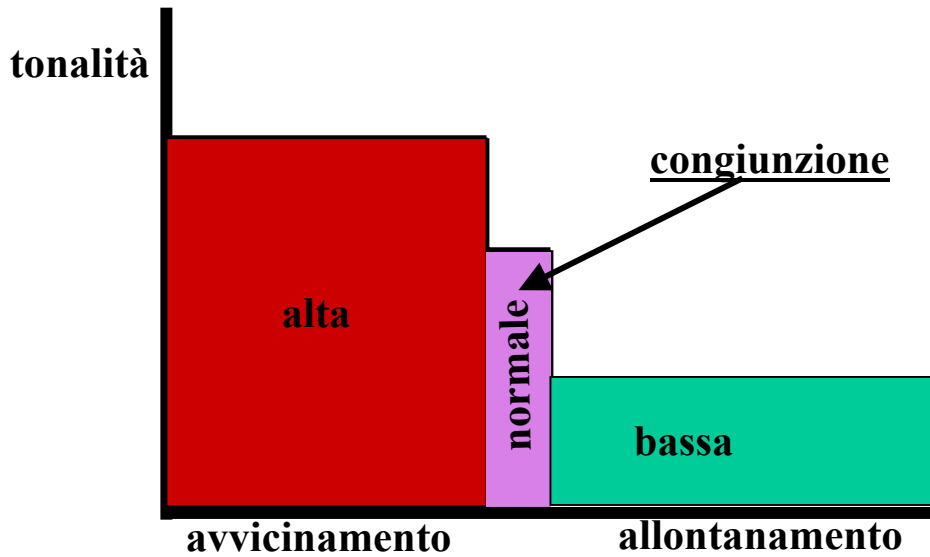
Approssimativamente questo andamento è indicato nella [figura 8](#).

Nella realtà l'osservatore e sorgente non si trovano mai lungo la direzione del moto (ci sarebbe lo scontro), ma l'osservatore è sempre spostato lateralmente per cui la velocità di avvicinamento e di allontanamento (radiale) cambia continuamente, come indicato in [figura 7-1](#), secondo il coseno dell'angolo  $\theta$  fra la direzione del moto e la direzione sorgente-osservatore.

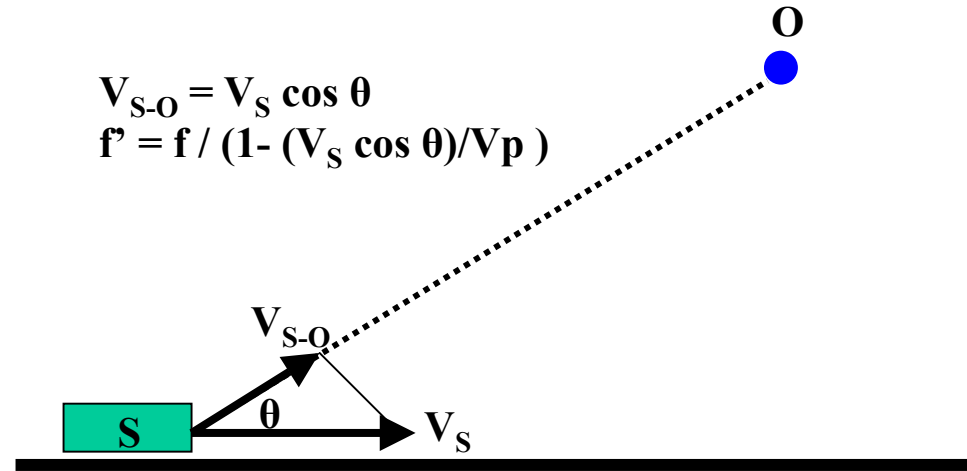
Questo comporta che il suono percepito risulta modulato in tonalità, come si può constatare dalla animazione sonora in [figura 8-1](#).

Per verificare questo graficamente si può fare uso della applet indicata sempre nella figura 7 analizzando le onde emesse ricevute da un osservatore posto in un punto qualsiasi del piano delle onde.

Questa analisi è piuttosto complicata e deve essere eseguita su una stampa della configurazione delle onde, tramite ripetuti collegamenti tra l'osservatore e la sorgente che assume posizioni sempre diverse.



Percezione tonalità in configurazione radiale



Percezione modulata della tonalità in configurazione non radiale



<http://www.phy.ntnu.edu.tw/java/Doppler/Doppler.html>

**FIG.8-1** Percezione della diversa tonalità del suono a seconda della configurazione di ascolto.

## Effetto Doppler in Astronomia

L'effetto Doppler in astronomia riveste un ruolo della massima importanza perché è l'unico mezzo che gli astronomi hanno a disposizione da cui estrarre molte informazioni e ricavare una moltitudine di conoscenze riguardante i corpi celesti, quali velocità radiale, composizione chimica e temperatura dell'atmosfera, velocità di rotazione, massa, composizione di sistemi orbitanti ed altro.

Il messaggero che ci porta queste informazioni, previa opportuna analisi, è la radiazione elettromagnetica in genere, la luce in particolare.

La velocità dei segnali elettromagnetici nel vuoto è di 300.000 km/sec.

Nelle formule che sono state derivate questo permette di fare delle semplificazioni poiché, entro certi limiti, le velocità dei corpi celesti si possono considerare trascurabili al confronto (v. [pag.50](#)).

Le atmosfere stellari, data l'elevata temperatura, sono composte dagli atomi liberi, ionizzati e non, di elementi chimici che emettono radiazione a lunghezze d'onda ben precise, emissioni che sono dette righe spettrali.

Infatti un elemento chimico può emettere più righe spettrali che nel loro insieme rappresentano la sua caratteristica atomica detta anche impronta digitale (fingerprint).

Se una stella si allontana, una riga emessa dagli atomi di un determinato elemento, presente nell'atmosfera stellare, apparirà con una lunghezza d'onda maggiore di quella emessa dallo stesso elemento non in movimento.

Viceversa se si avvicina apparirà con una lunghezza d'onda inferiore.

Nel primo caso si dice che abbiamo un spostamento verso il **rosso (redshift)** della riga emessa e nel secondo caso uno spostamento verso il **blu (blueshift)**.

Si veda la [figura 9](#).

In astronomia si ha a che fare con segnali che spaziano tutto lo spettro e quindi si ha un largo campo di variazione della lunghezza d'onda e della frequenza, come si può osservare nella [figura 10](#), ove si può anche aprire una applet.

In astronomia, originariamente, l'effetto Doppler veniva studiato nella zona visibile dello spettro, mentre adesso (con l'evoluzione dei rivelatori) è studiato in qualunque zona.

Valgono le relazioni ricavate precedentemente in cui al posto della  $V_p$  bisogna porre  $c$ , che è la velocità della luce.

Mentre nel caso del suono la velocità della sorgente  $V_s$  può superare la  $V_p$ , e si ha quindi una sorgente supersonica, nel caso della luce non è possibile pensare ad un oggetto che viaggi ad una velocità superiore a quella della luce, come stabilito dalla teoria della relatività generale di Einstein.

sorgente  
in avvicinamento

sorgente  
ferma

sorgente  
in allontanamento



**FIG. 9** Fenomeno del redshift e del blushift



Teniamo anche presente che gli oggetti celesti (cioè le sorgenti), che vengono esaminati, hanno una velocità molto elevata rispetto all'osservatore e proporzionale alla distanza dall'osservatore (Terra) (secondo la legge di Hubble), per cui si useranno solo le relazioni con  $V_o = 0$ .

Per comodità si porrà anche  $V_s = v$ .

Quindi in forma sintetica avremo:

$$\lambda' = \lambda (1 - v/c) ;$$

$$\Delta \lambda / \lambda = - v/c$$

$$f' = f / (1 - v/c);$$

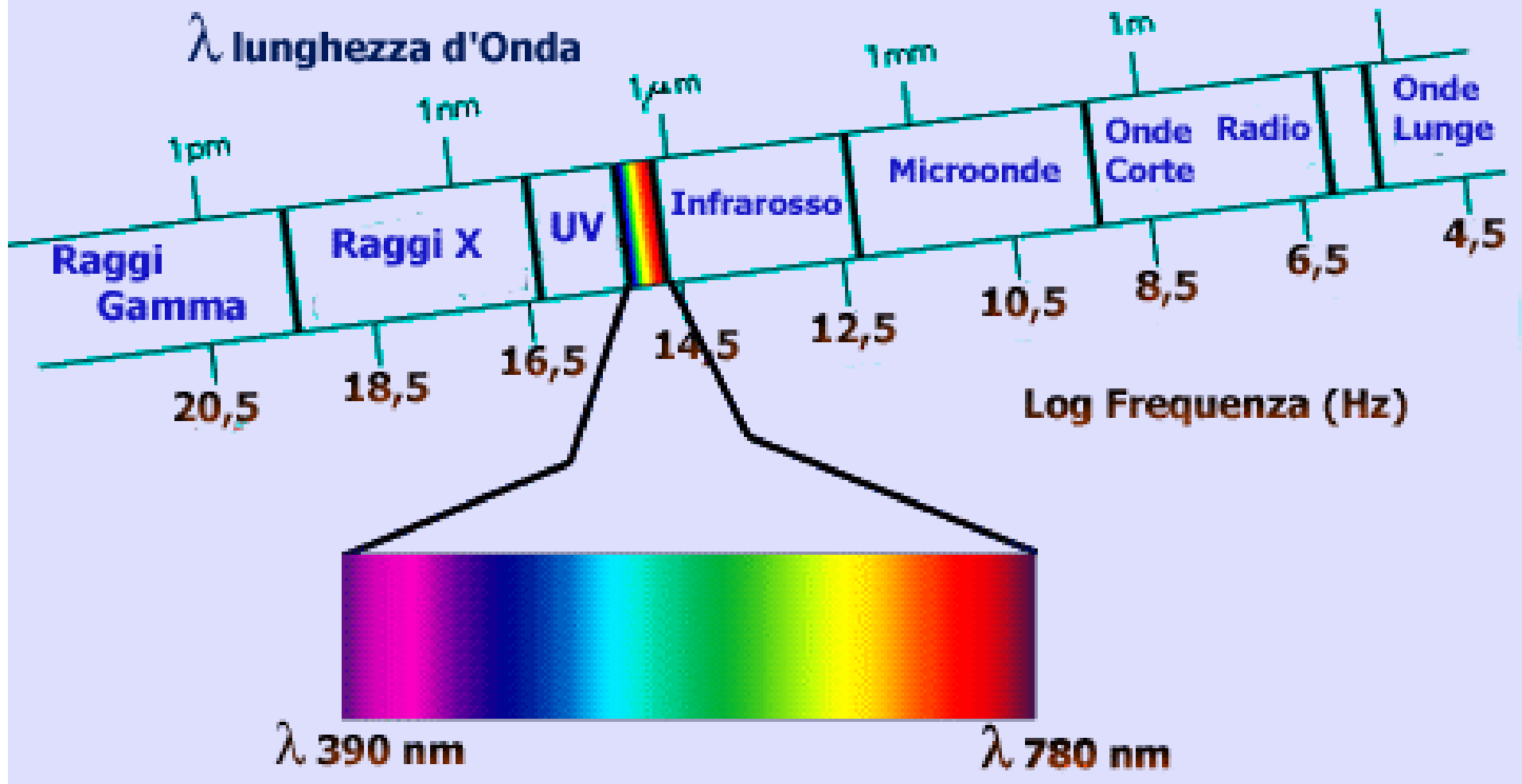
$$\Delta f / f = (v/c) / (1 - v/c)$$

Nell'analisi dei segnali ci si riferisce alla variazione della lunghezza d'onda per regioni dello spettro dall'infrarosso in su, mentre ci si riferisce alla variazione di frequenza nella rimanente parte ( vedi applet in [figura 10-1](#)).

In astronomia l'effetto doppler si riscontra non soltanto per qualsiasi movimento relativo fra sorgente ed osservatore, ma anche per due altri importanti fenomeni:

L'Espansione Cosmologica dell'Universo per cui si parla di Doppler Cosmologico

L'Attrazione Gravitazionale per cui si parla di Redshift Gravitazionale



<http://ww2.unime.it/weblab/ita/st/>

**FIG. 10-1** Spettro della radiazione elettromagnetica con suddivisione in bande ed evidenziazione della banda del visibile

## Doppler Cosmologico

Per capire che cosa si intende per effetto **Doppler Cosmologico** ci si deve riferire al ciclo vitale dell'Universo, cioè alle modalità con cui le moderne teorie cosmologiche descrivono il divenire dell'Universo.

Tutti i cosmologi e gli astronomi sono concordi, oggi, nel considerare la teoria del Big-Bang (la esplosione del nucleo primevo in cui era condensata tutta la materia dell'universo) la più accettabile ed attendibile, convalidata, dall'altra parte, dai risultati delle osservazioni ( 73% di H, 25% di He, radiazione residua a  $2,73^{\circ}\text{K}$ ).

Il modello che scaturisce dalla teoria del Big-Bang descrive un universo in continua espansione, espansione iniziata fra 10 e 20 miliardi di anni fa, i cui eventi succedutisi ed osservabili permettono di verificare e convalidare il modello.

Nel 1917, due anni dopo la presentazione della teoria della Relatività Generale, **Albert Einstein** e l'astronomo olandese **Willem de Sitter** (1872-1934), indipendentemente l'uno dall'altro, applicarono la nuova teoria all'intero universo scoprendo con grande meraviglia che un universo che obbediva alla teoria della gravità di Einstein si doveva o espandere o contrarsi.

La concezione dominante nel mondo dell'astronomia era quella di un universo statico e quindi questo risultato fu ignorato; lo stesso Einstein, per adattarsi, cercò di modificare la sua teoria introducendo una costante, detta **costante cosmologica**, in modo che l'universo risultasse statico.

Il matematico russo **Alexander Friedmann** (1888-1925) ignorò le modifiche apportate da Einstein e nel 1922, attenendosi alla teoria gravitazionale di Einstein, calcolò alcuni modelli di universo, come puro esercizio matematico.

Questi modelli risultano attualmente i migliori modelli esistenti.

Mentre la scienza teorica cosmologica procedeva con le sue deduzioni matematiche e la elaborazione di modelli dell'universo, nei primi anni venti l'astronomia osservativa cercava riscontri reali estendendo l'osservazione oltre la Via Lattea per risolvere altre galassie vicine e lontane.

Sul finire degli anni venti, nel 1929, l'evoluzione e l'espansione dell'universo trovò la conferma sperimentale dall'esame dei rilievi spettrali della radiazione elettromagnetica, specialmente, delle galassie distanti, ad opera di **Edwin P. Hubble** (1889-1953).

L'analisi spettrale rivelava l'effetto Doppler di incremento della lunghezza d'onda della radiazione (redshift), che è detto **Effetto Doppler o Redshift Cosmologico**, e questo era possibile soltanto con un universo in espansione e non con un universo statico.

La misura del fattore di espansione è determinato proprio dalla misura dell'effetto Doppler.

Egli osservò che queste si allontanavano dalla Terra e definì le modalità di questo allontanamento con una legge che prese il suo nome, la **Legge di Hubble**, secondo cui la velocità di allontanamento,  $v$ , era direttamente proporzionale alla distanza,  $d$ , secondo una costante,  $H$ , detta **Costante di Hubble**:

$$v = d \cdot H$$

**L'Effetto Doppler Cosmologico** non deve essere inteso come dovuto al puro movimento di oggetti celesti dotati di movimento relativo, cioè di corpi immersi in un mezzo estraneo a questo movimento e quindi statico di per se stesso, ma bensì come dovuto ad un movimento unico, globale, intrinsecamente interconnesso di corpi e spazio.

La estensione dello spazio si incrementa, si crea e con essa gli oggetti celesti si espandono, si allontanano.

Einstein riconobbe di aver commesso “**il più grande errore della sua vita**” per aver introdotto la costante cosmologica che relegava l'universo al rango di universo statico.

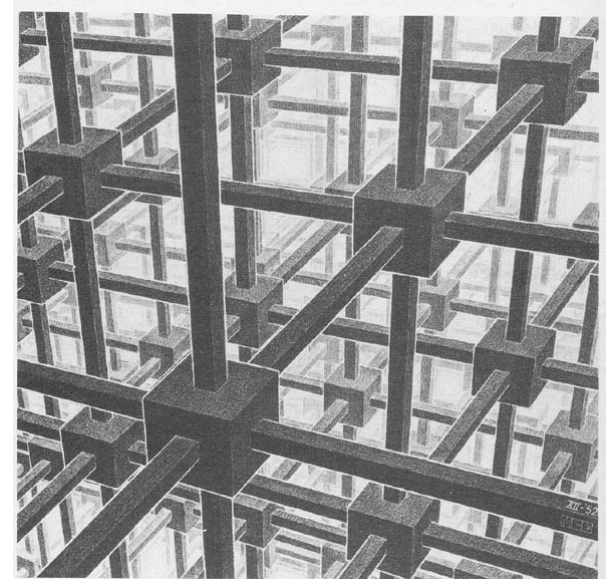
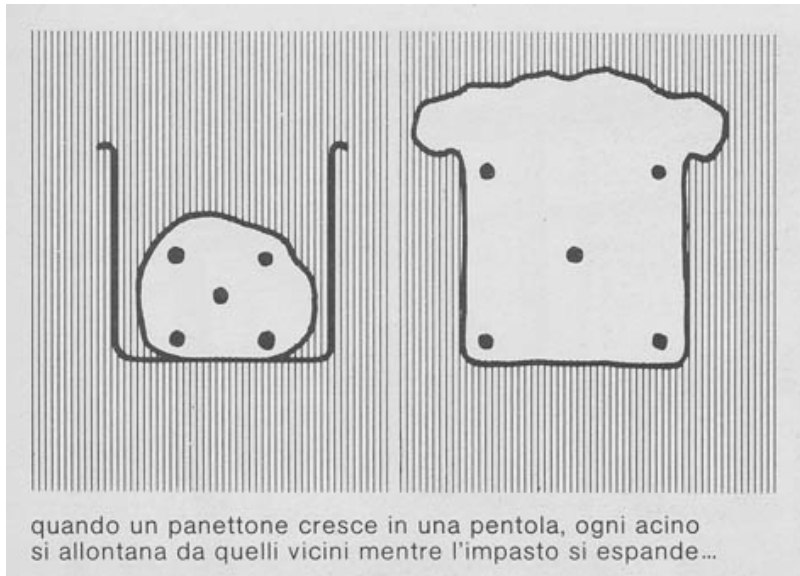
Un osservatore posto in un qualunque punto nell'universo può notare con le stesse modalità questo fenomeno, in quanto non esiste un punto privilegiato, ed esso è rilevabile analizzando l'effetto Doppler sulla radiazione elettromagnetica, che per questo è chiamato **Cosmologico**.

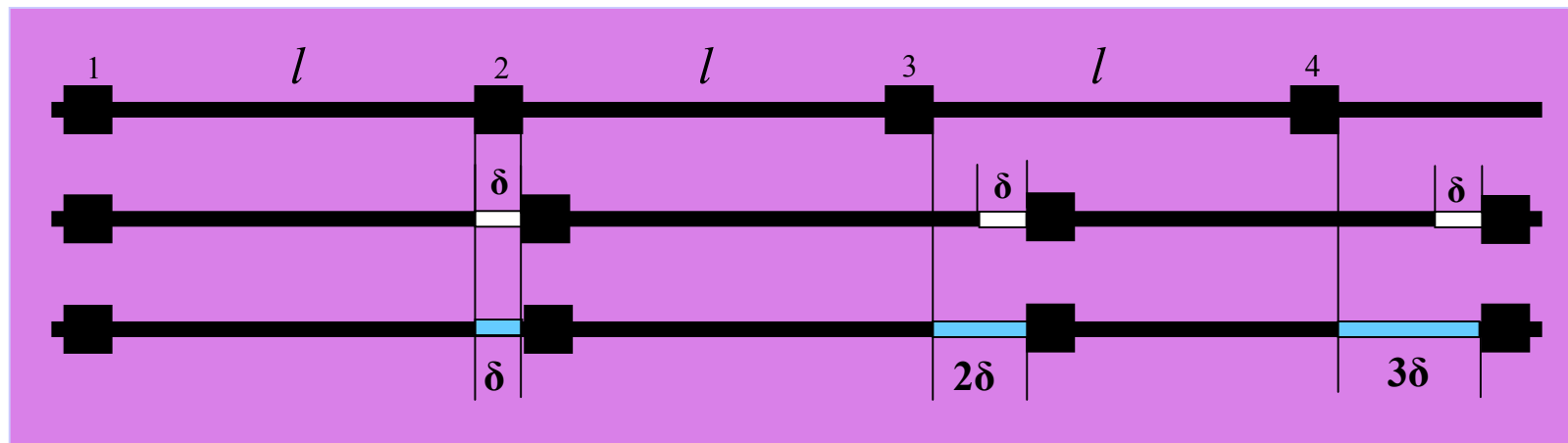
Per rendere l'idea dell'espansione dell'universo e della legge di Hubble i cosmologi sono ricorsi a delle analogie con reali osservazioni quotidiane.

Basti pensare alla espansione di un panettone nel forno ove si nota che i chicchi d'uva sultanina si allontanano mentre il panettone si crea gonfiandosi.

Il fisico e cosmologo **George Gamov** (1904-1968) introdusse la analogia con la giungla di barre da ginnastica per bambini, fatta di tubi telescopici che si estendono tutti della medesima lunghezza nell'unità di tempo e contemporaneamente. Questa è assimilabile alla divisione cubica spaziale di Escher.

Considerazioni su queste analogie dimostrano che la espansione è isotropa e che la velocità è proporzionale alla distanza.





Considerando una sola dimensione nel traliccio di Escher con i cubi posti ad uguale distanza  $l$  e supponendo che in un tempo  $t$  ciascun cubo si sposta di una lunghezza  $\delta$  rispetto al precedente, risulta che:

- il cubo 1 vede il cubo 2, distante  $l$ , allontanarsi di  $\delta$  con una velocità pari a  $\delta/t$ ;
- il cubo 1 vede il cubo 3, distante  $2l$ , allontanarsi di  $2\delta$  con una velocità pari a  $2\delta/t$ ;
- il cubo 1 vede il cubo 4, distante  $3l$ , allontanarsi di  $3\delta$  con una velocità pari a  $3\delta/t$ .

Ne segue che la velocità di allontanamento è direttamente proporzionale al fattore moltiplicativo della distanza  $l$ .

Supponiamo che il cubo 1 sia il generico osservatore e che i cubi 2, 3 e 4 siano galassie, queste saranno viste allontanarsi con una velocità direttamente proporzionale alla distanza e la loro radiazione elettromagnetica spostata verso il rosso secondo l'effetto Doppler dovuto alla velocità di allontanamento cosmologica.



## Redshift Gravitazionale

La **Teoria Generale della Relatività** di Albert Einstein stabilisce una relazione fra la massa, lo spazio, il tempo e la gravitazione. Questa teoria ha determinato il moderno punto di vista cosmologico dell'universo.

La gravitazione è considerata la forza principale nell'universo, la quale governa la nascita, la vita ed, eventualmente, anche la fine dell'universo; cioè in sintesi l'evoluzione dell'universo.

Oltre alla espansione o contrazione dell'universo previsti dalla *Teoria*, un'altra previsione riguarda la variazione della lunghezza d'onda della radiazione elettromagnetica quando questa si muove in un campo gravitazionale.

Se viene lanciato un sasso verso l'alto con una certa velocità iniziale, questa tende a diminuire sempre più fino ad annullarsi e dopo il sasso inverte il moto e ricade sul punto di partenza. La forza di gravità fa perdere energia cinetica al sasso.

La radiazione elettromagnetica (il fotone) nella medesima situazione non può perdere velocità, perché questa è costante secondo la *Teoria*, ma la perdita di energia si manifesta con una riduzione della frequenza e quindi con uno spostamento verso il rosso (aumento) della sua lunghezza d'onda.

Infatti, per la legge di Planck, l'energia di un fotone è data da  $E=h\nu$  essendo  $\nu$  la frequenza ed  $h$  la costante di Planck; minore energia minore frequenza  $\nu$ .



Questo fenomeno è noto come **Redshift Gravitazionale**, che ha una similitudine con l'effetto Doppler anche se non è dovuto alla velocità relativa di due oggetti.

Prove sperimentali confermano questa previsione della Teoria, essendo stato rilevato lo spostamento verso il rosso.

### *Redshift Solare:*

Negli anni '60, un gruppo di ricercatori alla Princeton University riuscì a misurare il redshift della luce solare. Sebbene di lieve entità, lo spostamento rilevato, dovuto alla massa ed alla densità si avvicinò notevolmente a quanto previsto da Einstein.

### *Redshift Terrestre:*

Nel 1960, **Robert V. Pound e Glen A. Rebka** dimostrarono direttamente che un fascio di raggi gamma subiva uno spostamento verso il rosso, e quindi subiva una perdita di energia, "arrampicandosi" in un tubo pieno di elio posto verticalmente all'interno di un vano ascensore della Jefferson Tower Physics Building dell'Università di Harvard.

Il redshift previsto dalle equazioni di campo di Einstein per i 24 metri della torre erano di 2 parti su  $10^{15}$ .

Fu rilevato un redshift gravitazionale con una differenza contenuta nel 10% rispetto al valore previsto teoricamente, una precisione notevole!

### *Redshift delle Nane Bianche:*

Prendiamo una stella come la nana bianca Sirio B, 61.000 volte più densa del Sole. Il suo campo gravitazionale è corrispondentemente molto più forte e così il redshift della luce che emette risulta 30 volte maggiore, secondo le osservazioni di *W.S. Adams* del **Mount Wilson Observatory** nel 1924.

### *Redshift di stelle di Neutroni e di Buchi Neri:*

Redshift ancora maggiori sono stati rilevati recentemente durante lo studio di quelle che vengono denominate stelle di neutroni, stelle collassate ancora più dense.

Ed il redshift causato da oggetti supermassivi come i buchi neri si pensa sia infinito.

In altre parole, i fotoni all'interno del buco nero subiscono uno spostamento così elevato da non uscirne mai.

Le stelle massicce, allora, vengono percepite più rosse di quanto non lo siano realmente.

Questo fenomeno del redshift gravitazionale si somma al redshift cosmologico per cui risulta complicata la determinazione della costante di Hubble che si basa essenzialmente sull'analisi degli oggetti molto distanti.

## Considerazioni sul rapporto $v/c$

Riprendiamo le relazioni sulla lunghezza d'onda e sulla frequenza:

$$\lambda' = \lambda (1 - v/c) ;$$

$$\Delta \lambda / \lambda = -v/c$$

$$f' = f / (1 - v/c);$$

$$\Delta f / f = (v/c) / (1 - v/c)$$

Per valori di  $v$  molto piccoli rispetto alla  $c$  il rapporto  $v/c$  è  $\lll 1$ , per cui si può porre :

per  $v/c \lll 1$

$$\lambda' = \lambda (1 - v/c) ;$$

$$\underline{\Delta \lambda / \lambda = -v/c = z}$$

$$f' = f (1 + v/c);$$

$$\underline{\Delta f / f = v/c}$$

(v. [pag.37](#))

Ricordando le convenzioni sulla velocità della sorgente, si deduce che se la sorgente si avvicina all'osservatore la lunghezza d'onda diminuisce e la frequenza aumenta e viceversa se la sorgente si allontana.

Il valore di  $z$ , simbolo comunemente usato in astronomia, sembrerebbe dunque, dall'analisi fin qui eseguita, dover avere necessariamente sempre un valore molto piccolo o comunque non superiore a 1, limitando così il campo di variazione della lunghezza d'onda da 0 a 2 volte  $\lambda$ .

Ma sono stati osservati, invece, valori abbastanza maggiori di 1, fino 6,23.

**Significa questo che la sorgente si muove ad una velocità maggiore di quella della luce?**

## Interpretazione dell'effetto Doppler in astronomia

Lo spettro di un oggetto celeste indica il suo stato di temperatura, di composizione chimica degli elementi e della sua velocità radiale rispetto all'osservatore.

Le righe di assorbimento, dette righe di Fraunhofer, assolvono a questo compito e sono rappresentate nella [figura 11](#) relativamente allo spettro solare, che è simile a quasi tutte le stelle; queste righe sono caratterizzate da lunghezza d'onda corrispondente alla emissione di elementi presenti nell'atmosfera delle stelle.

Nella [figura 12](#) sono rappresentati, rispettivamente, gli spettri di una stella, di una galassia vicina, di una lontana e di una ancora più lontana.

La brillantezza, indicata in negativo, si riduce sempre più quanto più lontana è la galassia. Si osservi che le righe di assorbimento si spostano verso lunghezze d'onda sempre maggiori in funzione della distanza della galassia dall'osservatore.

La scala delle lunghezze d'onda è indicata in nm sulle figure degli spettri.

Nello spettro della stella sono indicate le righe di assorbimento di alcuni elementi, le cui lunghezze d'onda sono assimilate alla loro lunghezza naturale di riposo come confronto per lo spostamento doppler che subiscono negli altri oggetti astronomici dovuta alla velocità di allontanamento di questi.

**CaII** (ionizzato una volta) 393 & 397 nm

**H I** (idrogeno atomico) 410, 434, 486 & 656 nm

**Mg I** (magnesio neutro) 518 nm

**Na I** (sodio neutro) 589 nm

Ricordiamo che per valori di  $v \ll c$  la lunghezza d'onda e la sua variazione percentuale sono date dalle:  $\lambda' = \lambda (1 + v/c)$ ;  $\Delta \lambda / \lambda = + v/c = z$

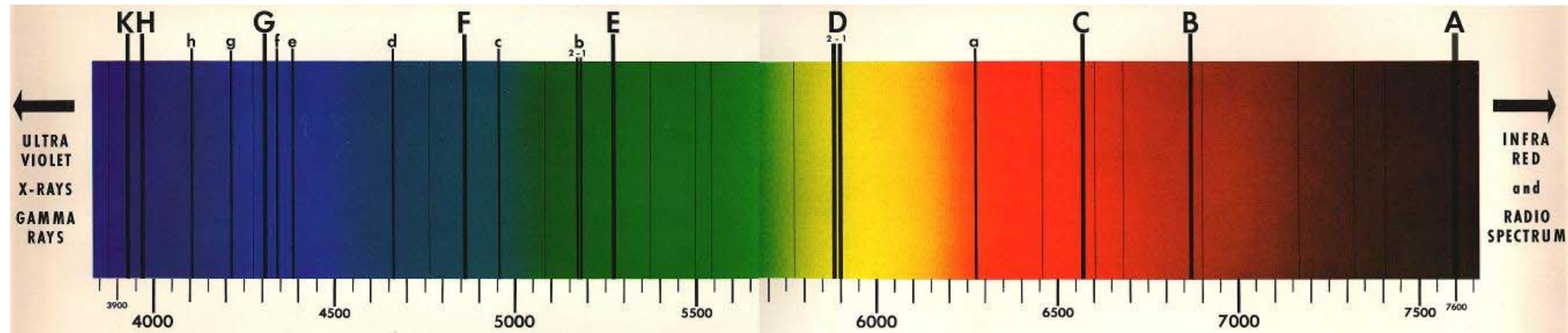
La misura dello spostamento verso il rosso della lunghezza d'onda delle righe di emissione nello spettro della **galassia vicina** dà un valore di 1%, il che indica che essa si allontana ad una velocità di **3.000km/sec**, che corrisponde proprio al 1% della velocità della luce.

Per tutte le righe misurate si trovano valori coerenti come qui indicato, da cui  **$z = 0,01$** .

$$1+z = \frac{397}{393} = \frac{401}{397} = \frac{414}{410} = \frac{438}{434} = \frac{491}{486} = \frac{523}{518} = \frac{595}{589} = \frac{663}{656} = 1.01$$

Per la **galassia lontana**  **$z = 0,05$**  e quindi essa si allontana ad una velocità pari al 5% della velocità della luce, cioè a **15.000km/sec**.

Per la **galassia più lontana**  **$z = 0.25$**  e quindi essa si allontana ad una velocità pari al 25% della velocità della luce, cioè a **75.000km/sec**.

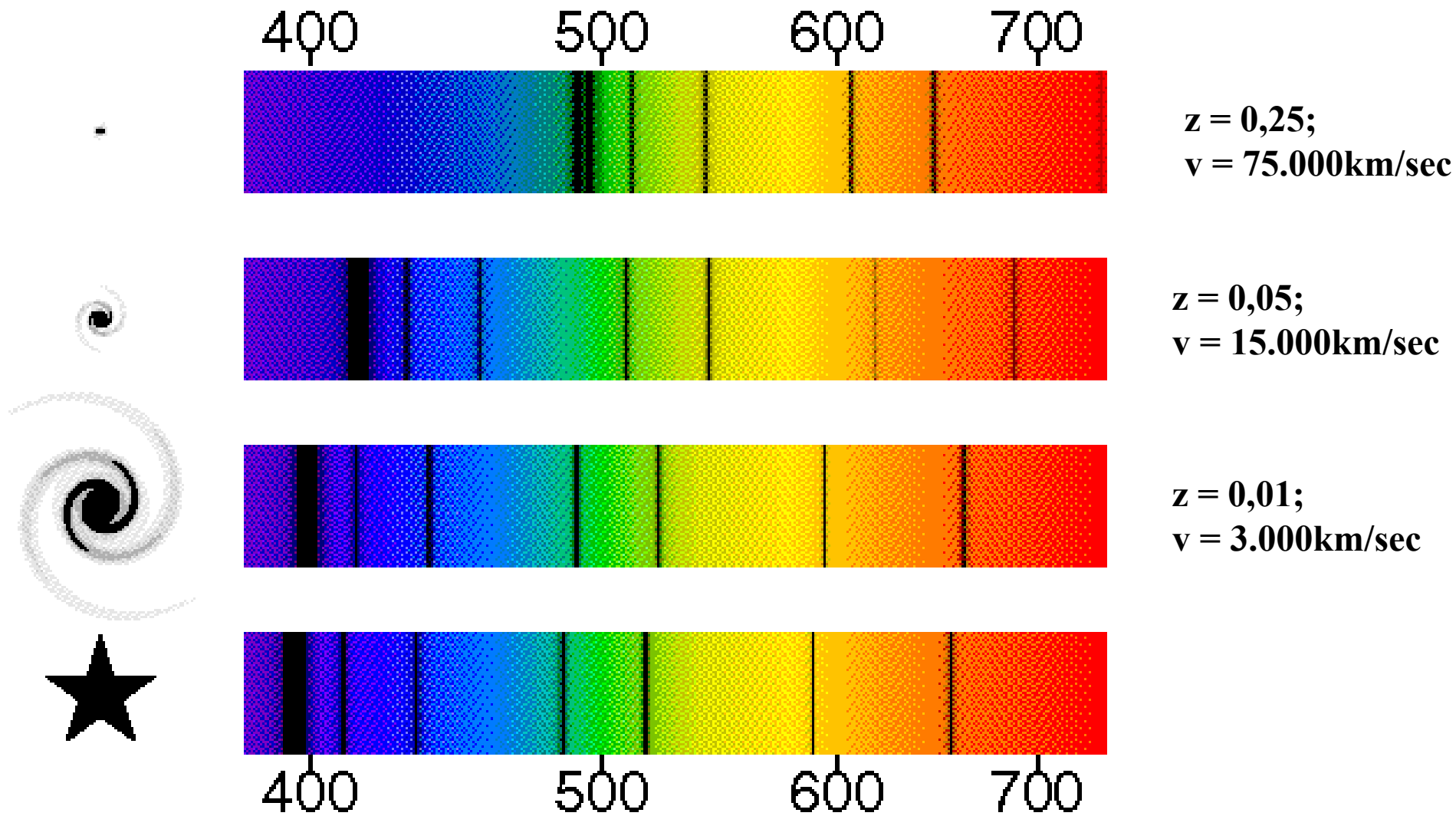


### Selection of Lines

Lines	Due To ...	Wavelengths (Å)
A - (band)	O <sub>2</sub>	7594 - 7621
B - (band)	O <sub>2</sub>	6867 - 6884
C	H	6563
a - (band)	O <sub>2</sub>	6276 - 6287
D - 1, 2	Na	5896 & 5890
E	Fe	5270
b - 1, 2	Mg	5184 & 5173
c	Fe	4958
F	H	4861
d	Fe	4668
e	Fe	4384
f	H	4340
G	Fe & Ca	4308
g	Ca	4227
h	H	4102
H	Ca	3968
K	Ca	3934

**FIG.11** Spettro delle righe di assorbimento dell'atmosfera solare, ma simile in quasi tutte le stelle. Sono evidenziato con le lettere da A a G le prime 7 bande spettrali individuate da Fraunhofer.

**Nella tabella a lato sono elencate le lunghezze d'onda delle righe nelle bande e gli elementi che generano queste righe di assorbimento.**



**FIG. 12** Galassie il cui spostamento delle righe indica la velocità di recessione.



## Fenomeni relativistici

Esistono fenomeni astronomici in cui si sviluppa una energia molto elevata, in cui le regole viste finora non sono valide ed in cui la sorgente emittente può raggiungere velocità prossime a quella della luce.

Questi oggetti sono detti **relativistici**, la loro velocità **relativistica** e l'effetto doppler **relativistico** (vedi [figura 13](#)).

**Sono i getti assiali dei Buchi Neri, dei Quasar, delle Supernove, degli AGN.**

L'apparente contraddizione riscontrata nella più ampia variazione di  $z$  è dovuta al fatto che nel derivare la relazione dell'effetto Doppler nel modo classico, si è considerato che il tempo misurato dall'osservatore sia lo stesso di quello che scorre nella sorgente.

La teoria della relatività dice che in realtà i due tempi scorrono in modo diverso e che l'osservatore vede quello della sorgente scorrere più lentamente (vedi caso dei gemelli).

La relazione relativistica esistente in questi casi è la seguente:

$$\underline{\lambda' = \lambda [(1 - v/c) / (1 + v/c)]^{1/2}};$$

invece che  $\lambda' = \lambda (1 - v/c)$  ;

$$\underline{\Delta \lambda / \lambda = [(1 - v/c) / (1 + v/c)]^{1/2} - 1 = z};$$

invece che  $\underline{\Delta \lambda / \lambda = -v/c = z};$

Possiamo allora spingerci fino al limite e, ponendo il rapporto  $v/c$  pari a **1**, dalla relazione relativistica avremo:

**avvicinamento**       $\lambda' = 0$

**allontanamento**       $\lambda' = \infty$

Abbiamo coperto allora tutto il campo nella variabilità della lunghezza d'onda.

## Distanza degli oggetti celesti

La valutazione del valore  $z$  permette di calcolare la distanza degli oggetti celesti.

Infatti una volta individuata  $z$  dalla variazione della lunghezza d'onda, si ricava la velocità di allontanamento  $v$ , applicando la legge di Hubble, la distanza a cui si trova l'oggetto emittente sia nel caso di spostamento classico che relativistico

**Legge di Hubble**

$$\underline{v = H d}$$

**Variazione di  $\lambda$**

$$\underline{\Delta \lambda / \lambda = z}$$

**Spostamento classico**

$$\underline{v = c z = H d}$$

**Spostamento relativistico**

$$\underline{v = c [(z + 1)^2 - 1] / [(z + 1)^2 + 1] = H d}$$



**FIG. 13** Rappresentazione artistica di un buco nero e relativi getti assiali

## Alcuni rilievi su oggetti celesti

I quasar sono gli oggetti più lontani che si conoscono, ai confini dell'universo conosciuto. Questi, per la legge di Hubble, devono allora possedere una velocità di recessione notevole arrivando a valori relativistici.

Si pensa che questi oggetti siano costituiti da un immenso buco nero al centro di galassie più o meno lontane e, come tali, traggono la loro straordinariamente grande energia da fenomeni legati alla energia gravitazionale.

## Il Quasar 3C 273

E' conosciuto come il più brillante e il più vicino dei quasar.

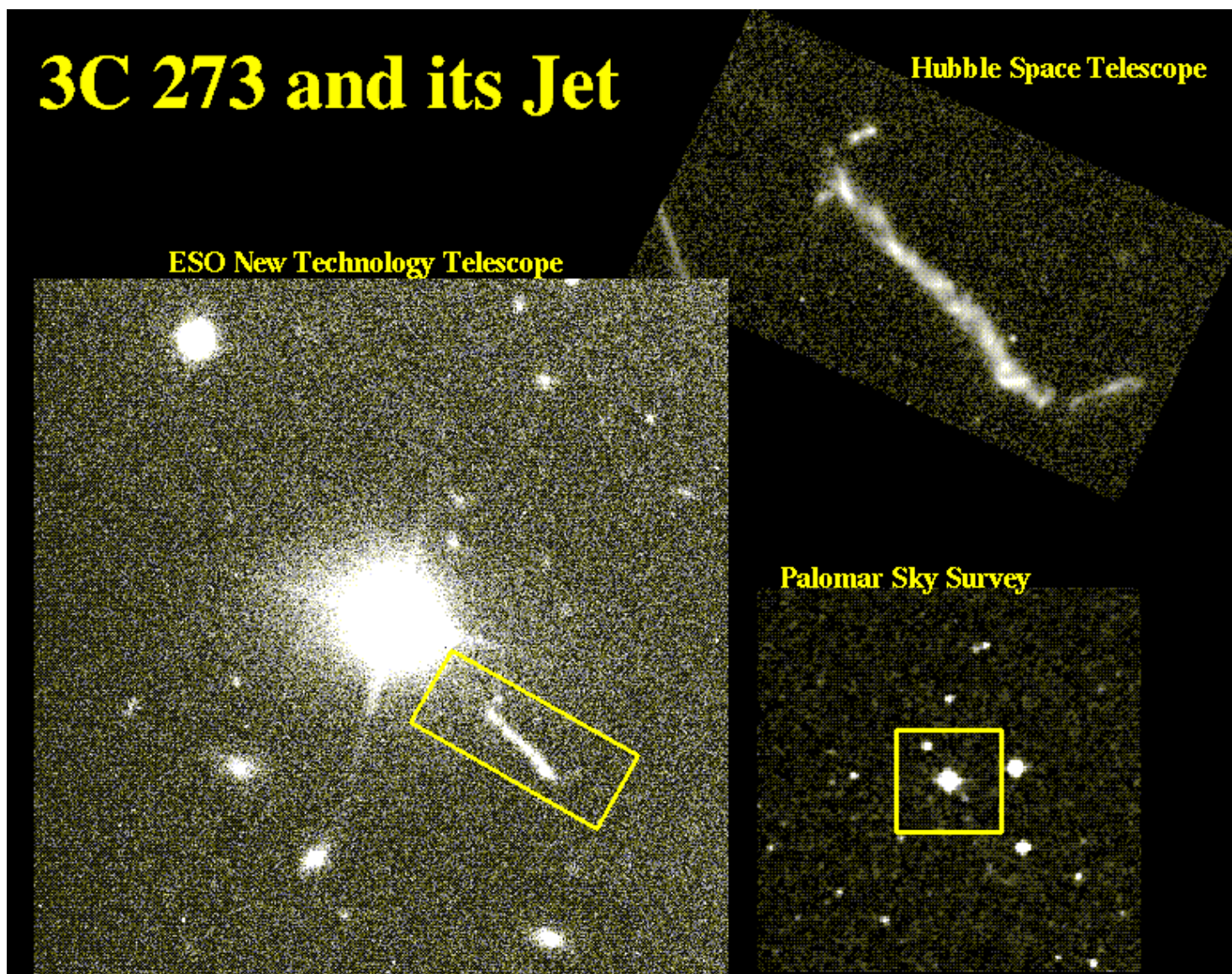
La figura 14 rappresenta una immagine di questo quasar in cui si osserva la traccia allungata del suo getto.

Le sue linee spettrali sono spostate del **16%** verso il rosso, così che la sua velocità di recessione è appena il **16%** della velocità della luce, cioè pari a **48.000 km/sec**.

Con questa velocità l'effetto doppler rientra nella valutazione classica.

Applicando la legge di Hubble ( con H compreso fra 18 e 23 km/sec per milione di anni luce) si ottiene una distanza compresa fra **2 e 2,6** miliardi di anni luce.

# 3C 273 and its Jet



**FIG. 14** Montaggio di tre immagini del Quasar 3C 273 con getto riprese da osservatori diversi.



## Il Quasar QO 453-423

Nella figura 15 è rappresentato lo spostamento verso il rosso dello spettro del quasar **QO 453-423**.

Si osservano molto bene le righe nell'ultravioletto dell'H, Lyman-alfa, dell'ossigeno VI, dell'azoto V e del carbonio IV, che vanno a cadere nella banda del visibile.

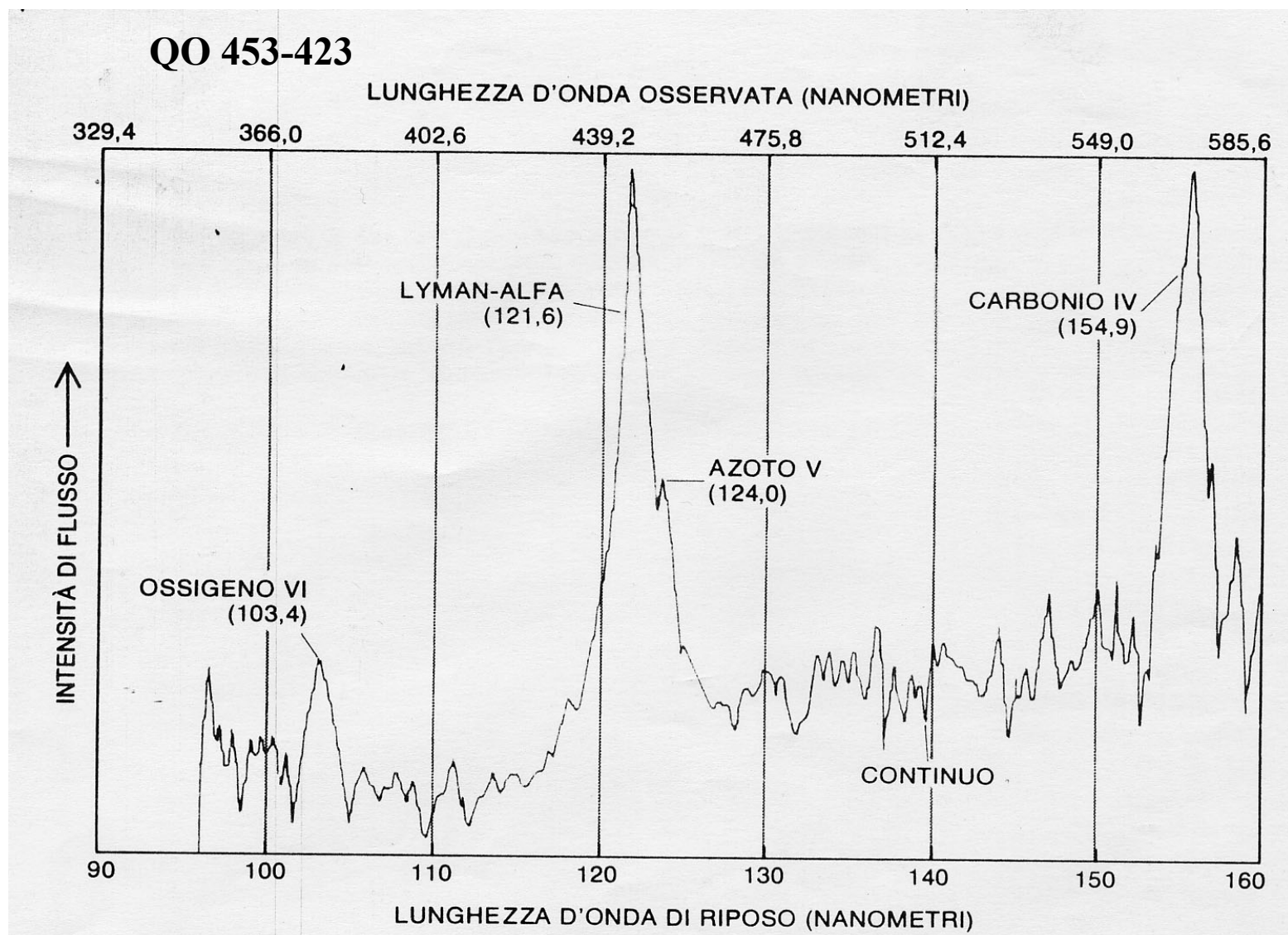
La riga H Lyman-alfa dal valore **121,6nm** è spostata al valore **445,1nm**.

Tutte le righe presentano un stesso spostamento percentuale verso il rosso, cui corrisponde un valore di **z** pari a **2,66**.

Con questo valore di **z** si ricade in un oggetto relativistico cui corrisponde una velocità di recessione pari al **86%** di quella della luce, cioè a **258.000 km/sec**.

La distanza, per un H uguale a 25 km/sec per milione di anni luce, si valuta in **10,3 miliardi** di anni luce.





**FIG. 15** Spostamento dello spettro del Quasar QO 453-423 verso il rosso:  $z=2,66$ ;  $v=258.000$  km/sec;  $d=10,3$  miliardi di anni luce; spostamento riga L- $\alpha$  a  $=445,1$  nm.

## Il Quasar OQ 172

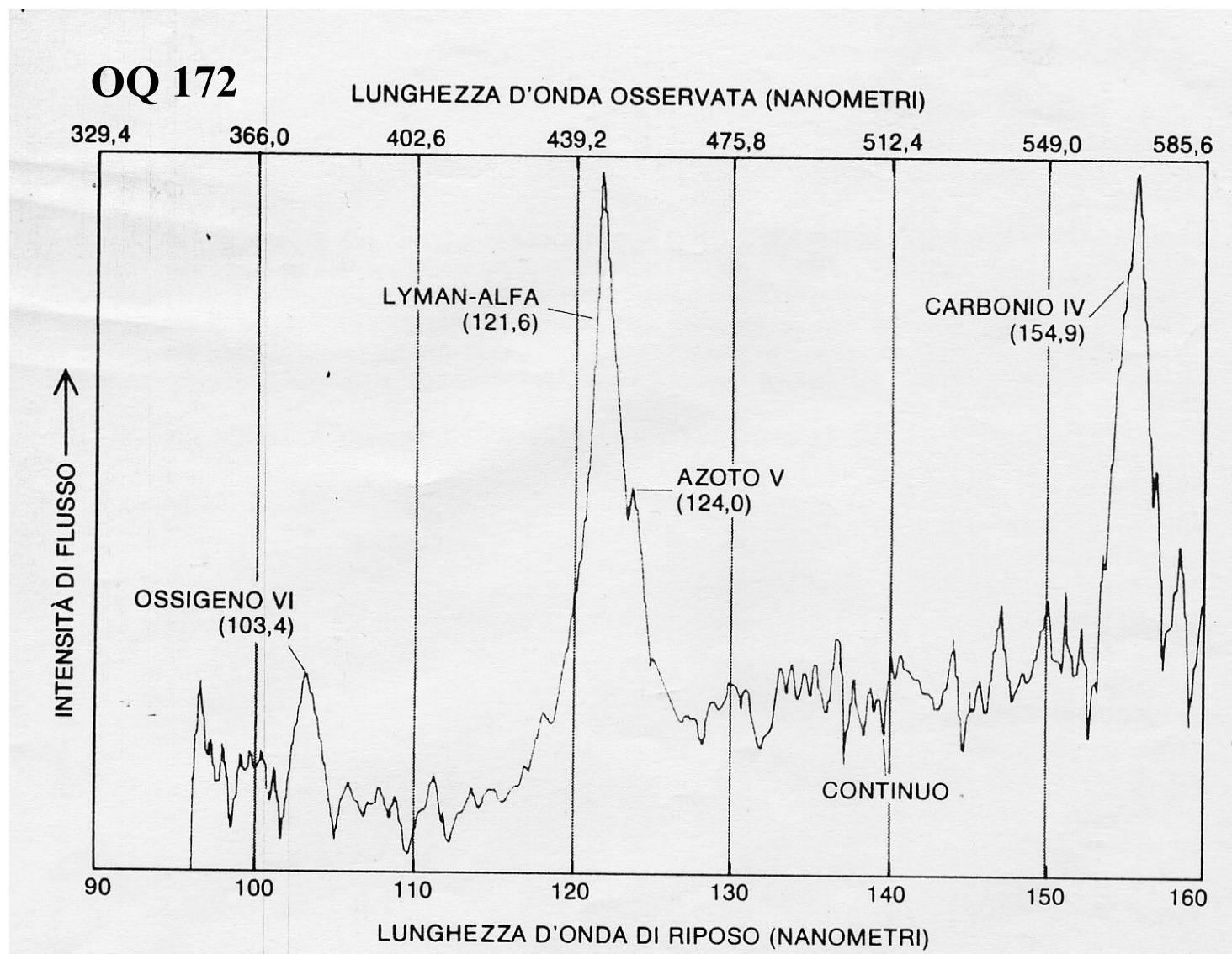
Nella [figura 16](#) è rappresentato lo spostamento verso il rosso dello spettro del quasar **OQ 172**.

Anche qui troviamo le stesse righe dell'H, dell'azoto, del carbonio e dell'ossigeno spostate nella banda del visibile.

La riga H Lyman-alfa dal valore **121,6nm** è spostata al valore **550,8nm**.

Tutte le righe presentano un stesso spostamento percentuale verso il rosso, cui corrisponde un valore di **z** pari a **3,53**.

La sua velocità di recessione corrisponde al **91%** di quella della luce, pari a **273.000 km/sec** ed alla distanza di **18 miliardi** di anni luce.



**FIG. 16** Spostamento dello spettro del Quasar OQ 172 verso il rosso:  $z=3.53$ ;  $v=273.000$  km/sec;  $d=18$  miliardi di anni luce; spostamento riga L- $\alpha$  a  $=550,8$  nm.