

A.C.A. - Associazione Cernuschese Astrofili

# INFINITO

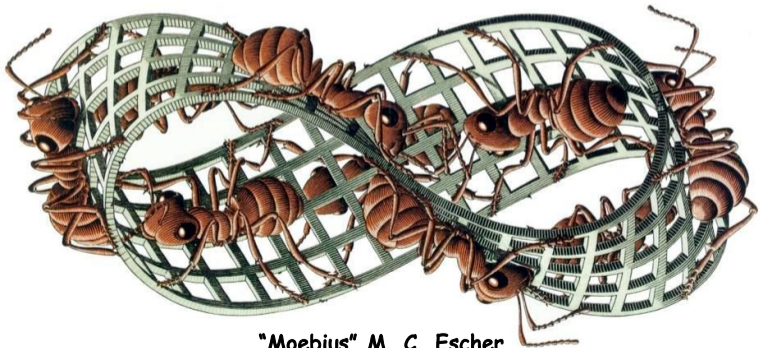


by Andrea Grieco



## INFINITO

"C'è un concetto che corrompe e altera tutti gli altri. Non parlo del Male, il cui limitato impero è l'Etica; parlo dell'Infinito" J. L. Borges



"Moebius" M. C. Escher



## DI CHE PARLIAMO?

L'**INFINITO** COMPARE IN FILOSOFIA,  
RELIGIONE, LOGICA, MATEMATICA, FISICA,  
ARTE, LETTERATURA ...

CONCETTO **UNICO** O **DIVERSI** CONCETTI?



J. Wallis 1616-1703

CI OCCUPEREMO  
SOPRATTUTTO DELL'**INFINITO**  
IN **MATEMATICA** E IN **FISICA**

1665 **WALLIS** INTRODUCE IL  
SIMBOLO  $\infty$



## ESEMPI

# INFINITO?

I NUMERI

LO SPAZIO

I PUNTI DI UNA  
RETTA

LA TEMPERATURA  
DEL BIG BANG

IL TEMPO

L'UNIVERSO

LE STELLE

LA DENSITA' DI  
UN BUCO NERO

GLI ATOMI

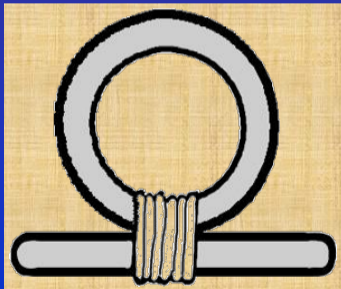
DIO

I PENSIERI



## QUANDO NASCE L'INFINITO?

NON SAPPIAMO QUANDO PER LA PRIMA VOLTA UN ESSERE UMANO CONCEPI' L'IDEA DI **INFINITO**



IL GEROGLIFO SHEN



L'OUROBOROS



# COSMOGONIA

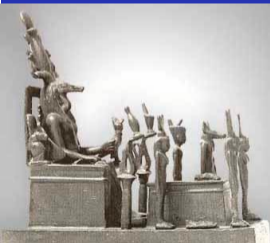
## COSMOGONIA HERMOPOLITANA ~2600 A.C.

NU - NAUNET → ACQUA

HEH - HAUET → INFINITO

KEK - KAUKET → OSCURITA'

AMUN - AMAUNET → INCONOSCIBILE



L'OGDOAD CON INNU



HEH



HORUS CON DUE SHEN



## DA COSA NASCE L'INFINITO?

L'IDEA DI INFINITO E'  
INNATA O ACQUISITA?



R. Descartes 1596-1650

CARTESIO RITIENE CHE L'IDEA  
DI INFINITO SIA INNATA E  
CIO' SAREBBE UNA PROVA  
DELL'ESISTENZA DI DIO



J. Locke 1632-1704

LOCKE RITIENE CHE L'IDEA  
DI INFINITO DERIVI  
DALL'ESPERIENZA E SOLO  
IN FORMA DI NEGAZIONE



## CICLICITA'

I FENOMENI **CICLICI** DELLA NATURA POSSONO DARE L'IDEA DI UN RIPETERSI **INFINITO** DEGLI STESSI



LE **FASI LUNARI** SONO **CICLICHE** E SONO UTILIZZATE PER I **CALENDARI**



**MOTO APPARENTE** DELLE **STELLE**





# ETERNITA'

ALCUNI CORPI NATURALI POTREBBERO ESISTERE DA **SEMPRE** E  
CONTINUARE A ESISTERE IN **ETERNO**



**ETERNE** STELLE?



**ETERNI** ATOMI?



# SPAZIO INFINITO

LO SPAZIO SI ESTENDE **SENZA LIMITI** O HA UN **CONFINI**?

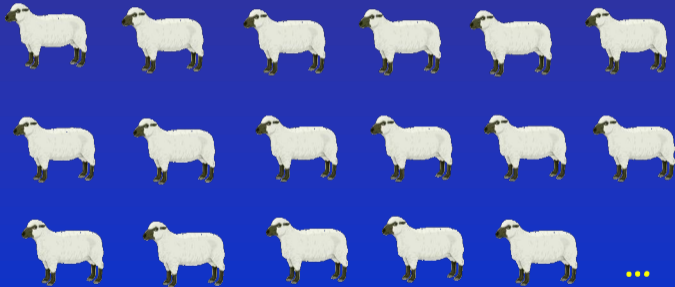


REGIONE NELLA COSTELLAZIONE DEL **CIGNO**  
**INFINITE STELLE?**



# CONTARE

L'ATTO DEL **CONTARE** PORTA ALL'IDEA DI **INFINITO**



**POSSIAMO SEMPRE AGGIUNGERE UN'ALTRA PECORELLA SENZA  
MAI FERMARCI IMMAGINANDO UN PROCESSO SENZA FINE**



# I NATURALI

I NUMERI INTERI O NATURALI COSTITUISCONO  
UN INSIEME CON INFINITI ELEMENTI



"Le nove cifre degli indiani sono queste: 9 8 7 6 5 4 3 2 1. Con queste nove cifre, e con questo simbolo: 0, che gli arabi chiamano *zephir*, si può scrivere qualsiasi numero, come si vedrà più avanti." L. Fibonacci *Liber Abaci*

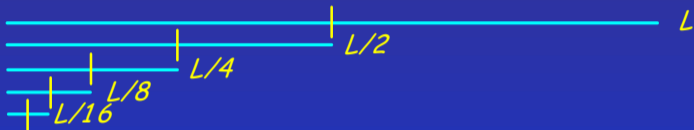


LO ZERO E' ASSOCIATO A UN INSIEME SENZA ELEMENTI



## DIVIDERE

DATO UN SEGMENTO POSSIAMO DIVIDERLO A META' E POI ANCORA A META' E POI ANCORA E ANCORA... SENZA FINE



UN SEGMENTO PUO' ESSERE DIVISO IN  $n$  PARTI CON  $n$  ARBITRARIAMENTE GRANDE



"Il numero è infinito in potenza ma non in atto" Aristotele

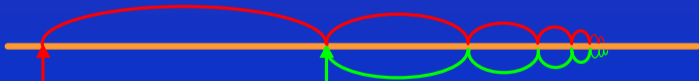
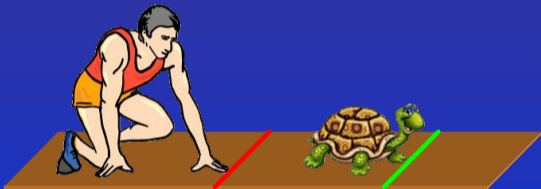


## PIE' VELOCE ACHILLE

IN UNA GARA DI VELOCITA' **ACHILLE** NON  
RAGGIUNGERA' MAI LA **TARTARUGA** SE CONCEDE  
ALLA STESSA UN VANTAGGIO INIZIALE



Zenone 495 - 430 A.C.



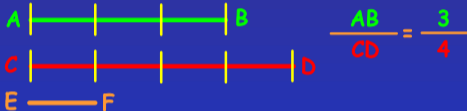
**ACHILLE DEVE PERCORRERE INFINITI INTERVALLI IMPIEGANDO  
UN TEMPO INFINITO PER RAGGIUNGERE LA TARTARUGA**



# RAZIONALI

I NUMERI RAZIONALI SONO ESPRIMIBILI COME RAPPORTO TRA NUMERI INTERI SOTTO FORMA DI FRAZIONI

$$Z = \frac{m}{n}$$



EF E' CONTENUTO 3 VOLTE IN AB E 4 VOLTE IN CD IL SEGMENTO EF E' SOTTOMULTIPLO COMUNE DI AB E CD

FORMA DECIMALE DEI NUMERI RAZIONALI

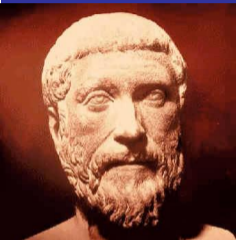
$$\frac{5}{4} = 1,25$$

$$\frac{12}{7} = 1,7142857142857...$$

PERIODO



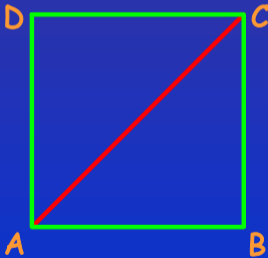
# INCOMMENSURABILE!



Pythagora 575 - 495 A.C.

$$\frac{AB}{AC} \neq \frac{m}{n}$$

IL LATO DEL QUADRATO E LA SUA  
DIAGONALE NON AMMETTONO  
SOTTOMULTIPLI COMUNI SONO CIOE'  
GRANDEZZE INCOMMENSURABILI



IL RAPPORTO TRA IL LATO DEL QUADRATO E LA DIAGONALE  
NON E' ESPRIMIBILE DA UN NUMERO RAZIONALE



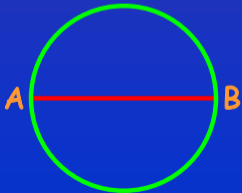


## IRRAZIONALI

I NUMERI NON RICONDUCEBILI A RAPPORTI DI NUMERI INTERI  
SONO DETTI **IRRAZIONALI**

$$\sqrt{2} = 1.4142135623730950488\dots$$

LA PARTE DECIMALE E' COSTITUITA  
DA **INFINITE CIFRE NON PERIODICHE**



$$\pi = 3.1415926$$
$$535897932384$$
$$6264338327\dots$$



## BIBLIOTECA INFINITA

"...la Biblioteca è totale, i suoi scaffali registrano tutte le possibili combinazioni dei venticinque simboli ortografici..."

*J.L. Borges La Biblioteca di Babele*



ASSOCIANDO UN CARATTERE  
TIPOGRAFICO A UN NUMERO A DUE CIFRE  
UN NUMERO IRRAZIONALE COMPONE  
TUTTI I POSSIBILI LIBRI

01	A	04	D	98	,
02	B	05	E	99	.
03	C	06	F	00	



## IL RACCONTO DI $\pi$

$\pi = 3.141592653589793238$

P Q S Q L P D G O

4626433832795028841971

Z A T O G D C I U Z

6939937510582097494459

U P T L H V : . U I

2307816406286208998628

, G F P F C N H . M C

034825342117067...

C , I Z S F



# YAJURVEDA

"Quello è pieno, questo è pieno. Dal pieno tolgo il pieno. Quando il pieno è tolto dal pieno, il pieno rimane." Isha Upanishad IV sec. A.C.



I NUMERI **INTERI** SEMBRANO ESSERE TANTI  
QUANTI I LORO **QUADRATI**



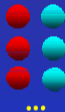
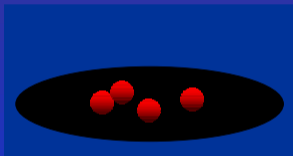
G. Galilei 1564-1642

POSSIBILE CHE IL **TUTTO** SIA UGUALE A UNA SUA **PARTE**?  
TOGLIENDO UN'**INFINITA'** DI NUMERI DAI NATURALI NE RIMANE  
UN'**INFINITA'** CHE SEMBRA **IDENTICA** A QUELLA INIZIALE



## CONTARE SENZA CONTARE

CORRISPONDENZA **BIUNIVOCA** TRA DUE INSIEMI QUANDO AD OGNI ELEMENTO DEL PRIMO INSIEME PUO' ESSERE ASSOCIATO **UNO E UN SOLO** ELEMENTO DEL SECONDO E **VICEVERSA**



SE TUTTE LE BIGLIE SONO ACCOPPIATE DICIAMO CHE **A E B** HANNO LA STESSA **CARDINALITA'** O CHE SONO **EQUIPOTENTI**

SE AVANZANO BIGLIE **ROSSE** **A** CONTIENE PIU' ELEMENTI DI **B** VICEVERSA SE AVANZANO BIGLIE **AZZURRE**



# IL PARADISO DI CANTOR

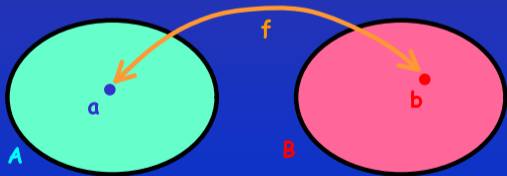


G. Cantor 1845-1918

"Nessuno potrà cacciarci dal Paradiso che Cantor ha creato." D. Hilbert

CANTOR USA IL CONCETTO DI EQUIPOTENZA PER "CATTURARE" L'INFINITO ATTUALE

CORRISPONDENZA BIUNIVOCA



$$b = f(a) \quad a = f^{-1}(b)$$

E' POSSIBILE CLASSIFICARE DIVERSI TIPI DI INFINITO MEDIANTE LA RELAZIONE DI EQUIPOTENZA



## CONTARE L'INFINITO

CANTOR INDICA CON  $\aleph_0$   $\aleph_0$  LA POTENZA DEI NUMERABILI  
NUMERABILI SONO GLI INSIEMI EQUIPOTENTI AI NATURALI  
I RAZIONALI SONO NUMERABILI

1/1 <sup>1</sup>	1/2 <sup>3</sup>	1/3 <sup>4</sup>	1/4 <sup>10</sup>	...
2/1 <sup>2</sup>	2/2 <sup>5</sup>	2/3 <sup>9</sup>	2/4 <sup>12</sup>	...
3/1 <sup>6</sup>	3/2 <sup>8</sup>	3/3	3/4	...
4/1 <sup>7</sup>	4/2	4/3	4/4	...
...	...	...	...	...

I RAZIONALI SONO  
"TANTI QUANTI" GLI  
INTERI SEBBENE TRA DUE  
INTERI VI SIANO  
INFINITI RAZIONALI, DI  
PIU' TRA DUE RAZIONALI  
VE NE SONO INFINITI  
ALTRI (Z E' DENSO)

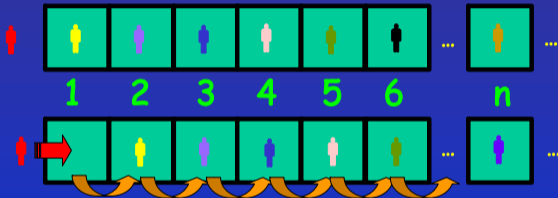


# L'ALBERGO IDEALE

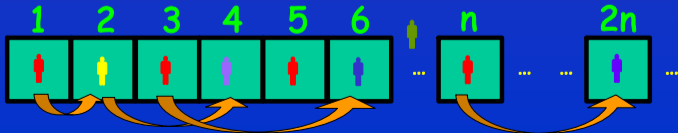


D. Hilbert 1862-1943

L'ALBERGO HILBERT HA INFINITE STANZE  
L'ALBERGO E' PIENO E ARRIVA UN NUOVO CLIENTE



SI TROVA SEMPRE POSTO! ANCHE CON INFINITI NUOVI CLIENTI  
MANDANDO L'OSPITE DELLA STANZA  $n$  NELLA  $2n$  C'E' POSTO!







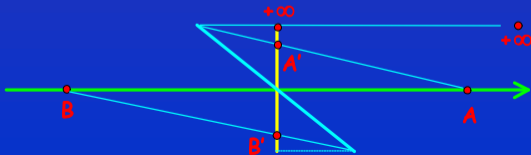
# CONTINUO

LA POTENZA DEI NUMERI REALI EQUIVALE A QUELLA DEI PUNTI DI UNA RETTA  $\aleph_1$  ED E' DETTA POTENZA DEL CONTINUO

REALI  $\equiv$  RAZIONALI  $\cup$  IRRAZIONALI



UN SEGMENTO HA LA STESSA POTENZA DELL'INTERA RETTA



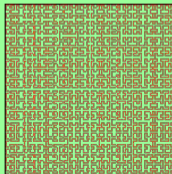
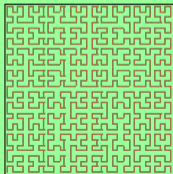
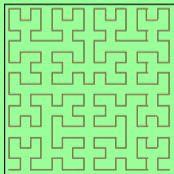
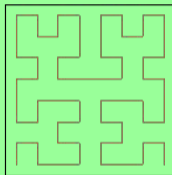
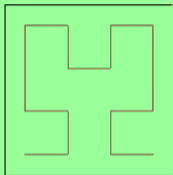
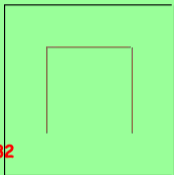


# RIEMPIRE QUADRATI



G. Peano 1858-1932

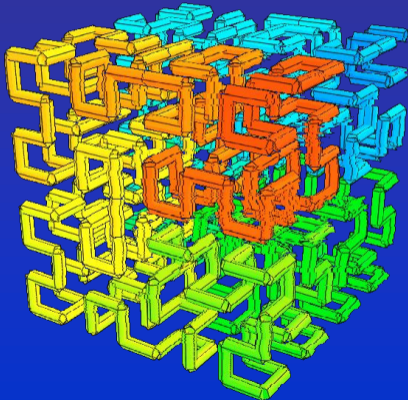
LA CURVA DI PEANO E' IN GRADO DI "RIEMPIRE"  
UN QUADRATO





## RIEMPIRE CUBI

LA CURVA DI HILBERT E' IN GRADO DI "RIEMPIRE" UN CUBO



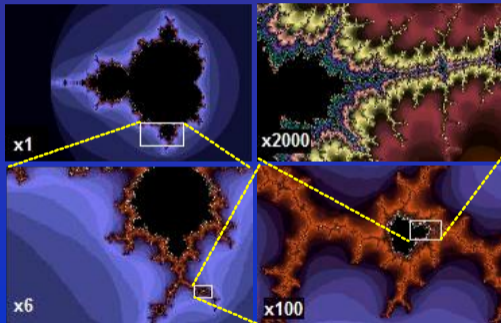


# FRATTALI

I FRATTALI SONO INSIEMI CON AUTOSIMILARITA' INFINITA



B. Mandelbrot 1924



SI PUO' ZOOMARE INDEFINITAMENTE IN UN FRATTALE



# FRATTALI



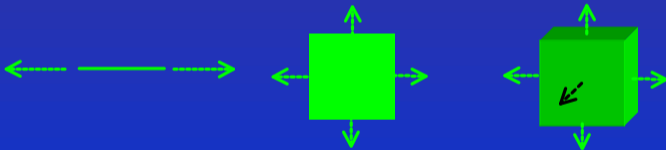


# TRANSFINITI

CANTOR COSTRUI' UNA SEQUENZA DI NUMERI TRANSFINITI

$\aleph_0 \aleph_1 \aleph_2 \aleph_3 \aleph_4 \aleph_5 \aleph_6 \aleph_7 \aleph_8 \aleph_9 \aleph_{10} \aleph_{11} \aleph_{12} \aleph_{13} \dots \aleph_n \dots$

AUMENTANDO LE DIMENSIONI NON AUMENTA LA POTENZA



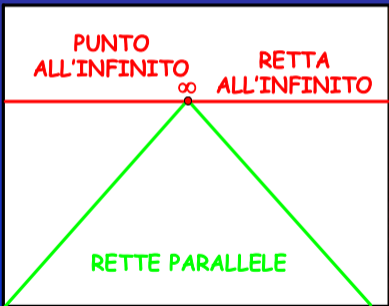
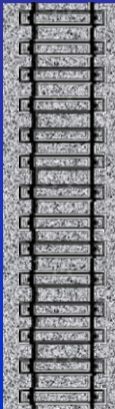
SEGMENTO, RETTA, QUADRATO, PIANO, CUBO, SPAZIO ... IPERSPAZIO  
HANNO TUTTI LA STESSA POTENZA DEL CONTINUO

PER AUMENTARE LA POTENZA DOBBIAMO CONSIDERARE  
L'INSIEME DELLE PARTI



# VEDERE L'INFINITO

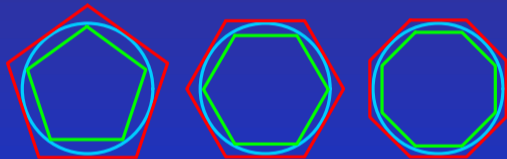
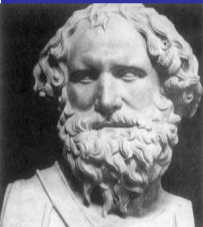
RETTE PARALLELE SI INCONTRANO ALL'INFINITO





# QUADRARE IL CERCHIO

CON IL METODO DI ARCHIMEDE SI CALCOLA L'AREA DEL CERCHIO



$$A_{INT} < A_{CER} < A_{EST}$$

Archimede 287-212 A.C

AUMENTANDO IL NUMERO DI LATI DEI POLIGONI INSCRITTI E CIRCOSCRITTI SI APPROSSIMA SEMPRE PIU' L'AREA DEL CERCHIO

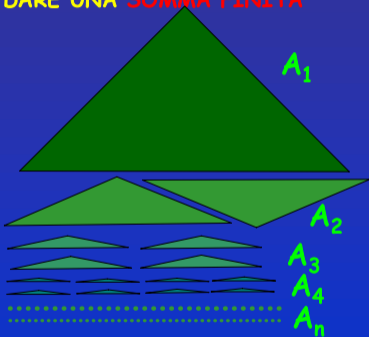
L'IDEA BASE E' UN PROCEDIMENTO DI SUDDIVISIONE INFINITA





# INFINITE SOMME

INFINITE SOMME POSSONO DARE UNA SOMMA FINITA



$$\sum_{n=0}^{+\infty} A_n = \frac{\pi}{2}$$

$$A = A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 + \dots + A_n + \dots = \pi^2/2$$



## DIVERSI DA SE' STESSI

LA SOMMA DI **INFINITI** TERMINI PUO' RISERVARE **SORPRESE**

$$S = 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \dots = \sum (-1)^k$$

APPLICHIAMO LA PROPRIETA' **ASSOCIATIVA**

$$S = (1 - 1) + (1 - 1) + (1 - 1) + (1 - 1) + \dots = 0 + 0 + 0 + 0 + \dots = 0$$

$$S = 1 + (-1 + 1) + (-1 + 1) + (-1 + 1) + \dots = 1 + 0 + 0 + 0 = 1$$

APPLICHIAMO LA PROPRIETA' **COMMUTATIVA**

$$S = 1 + 1 + (-1 + 1) + (-1 + 1) + (-1 + 1) + (-1 + 1) + \dots = 2$$

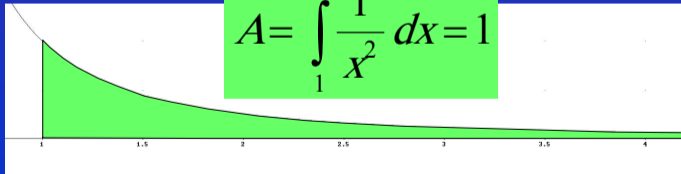


# DIPINGERE PALIZZATE

LA PALIZZATA INFINITA PUO' ESSERE DIPINTA CON UN BARATTOLO DI VERNICE



$$A = \int_1^{+\infty} \frac{1}{x^2} dx = 1$$



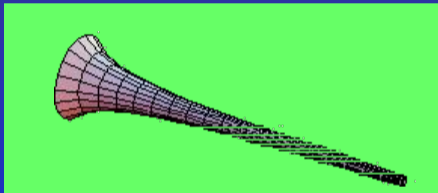
L'AREA DI UNA REGIONE ILLIMITATA PUO' ESSERE FINITA



# LA TROMBA DI TORRICELLI



LA TROMBA DI TORRICELLI POSSIEDE UN VOLUME FINITO MA SUPERFICIE INFINITA



E. Torricelli 1608-1647

$$V = \pi \int_1^{+\infty} \frac{1}{x^2} dx = \pi$$

$$A = 2\pi \int_1^{+\infty} \frac{1}{x} \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}} dx = +\infty$$

SE LA RIEMPISSIMO DI VERNICE NON  
BASTEREBBE A DIPINGERLA



## IL SORPASSO DI ACHILLE

IL TEMPO IMPIEGATO DA ACHILLE  
PER RAGGIUNGERE LA TARTARUGA E'  
FINITO SEBBENE SIA DATO DA UNA  
SOMMA DI INFINITI TERMINI



AD ESEMPIO  $V_A = 10$  m/s  $V_T = 1$  m/s  $\Delta S_0 = 10$  m

$\Delta T_0 = \Delta S_0 / V_A = 1$  s  $\Delta S_1 = V_T \times \Delta T_0 = 1$  m  $\Delta T_1 = \Delta S_1 / V_A = 0,1$  s

$$\Delta T_n = \Delta S_n / V_A = 1s / 10^n$$

$$T = \sum \Delta T_n = 10s / 9 = 1,1111... s$$

SERIE GEOMETRICA

$$\sum_{n=0}^{+\infty} q^n = \frac{1}{1-q}$$



# IL PONTE SULL'INFINITO

**SERIE ARMONICA**

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n} = +\infty$$

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \dots$$



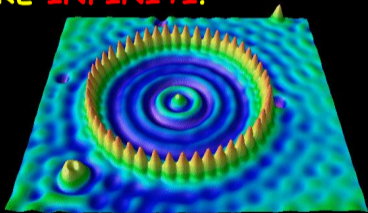
**I MATTONCINI POSSONO  
SPORGERE OLTRE IL BORDO  
QUANTO SI VUOLE**

$$L = 10L_0 \quad n = 272.400.600$$



## L'INFINITO IN NATURA

**ESISTE L'INFINITO IN NATURA?**  
**POSSONO GRANDEZZE FISICHE ASSUMERE**  
**VALORI INFINITI?**  
**DOVE CERCARE INFINITI?**



HUBBLE DEEP SPACE FIELD (© NASA)

QUANTUM CORRAL REALIZZATO CON 48  
ATOMI DI RAME SU UNA SUPERFICIE DI  
FERRO (Foto Don Eigler 1993 © IBM)



## SINGOLARITA'

"...una teoria che comporta **singularità**, e per di più le comporta in modo inevitabile, reca in sé i semi della propria **distruzione**." P. Bergmann

**SPESSO LE TEORIE FISICHE PORTANO A RISULTATI INFINITI, LE SINGOLARITA'**

**LE SINGOLARITA' SONO REALI O INDICANO L'INADEGUATEZZA DELLA TEORIA?**

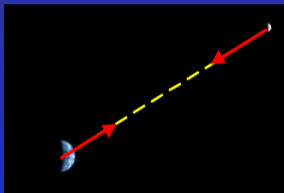
**LE SINGOLARITA' SONO REALI O INDICANO L'INADEGUATEZZA DELLA TEORIA?**





## ATTRAZIONE INFINITA

LA LEGGE DI GRAVITAZIONE DI NEWTON PRESENTA  
PROBLEMI DI INFINITO



$$F = G_0 \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

L'AZIONE A DISTANZA PREVEDE UNA VELOCITA'  
INFINITA DI PROPAGAZIONE DELLA FORZA

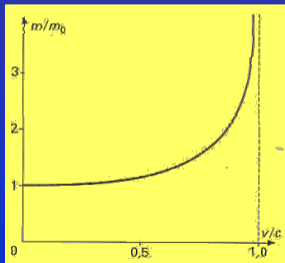
L'INTENSITA' DELLA FORZA DIVENTA INFINITAMENTE  
GRANDE QUANDO  $r$  TENDE A ZERO



## VELOCITA' LIMITE

LA RELATIVITA' RISTRETTA FISSA UN LIMITE SUPERIORE ALLA VELOCITA' DI PROPAGAZIONE DEI SEGNALI

$$c = 299.792.458 \text{ m/s} \cong 300.000 \text{ km/s}$$



AUMENTO DELLA MASSA INERZIALE ALL'AUMENTARE DELLA VELOCITA'

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

LA MASSA INERZIALE TENDE A INFINITO QUANDO  $v$  TENDE A  $c$



# BUCHI NERI

LA RELATIVITA' GENERALE PREVEDE LA FORMAZIONE DI  
BUCHI NERI NELLO SPAZIO-TEMPO

$$R_s = \frac{2G_0M}{c^2}$$

RAGGIO DI  
SCHWARTZSCHILD

SULL'ORIZZONTE DEGLI EVENTI  
LA DILATAZIONE TEMPORALE E  
LA CONTRAZIONE SPAZIALE  
DIVENTANO INFINITE PER UN  
OSSERVATORE ESTERNO

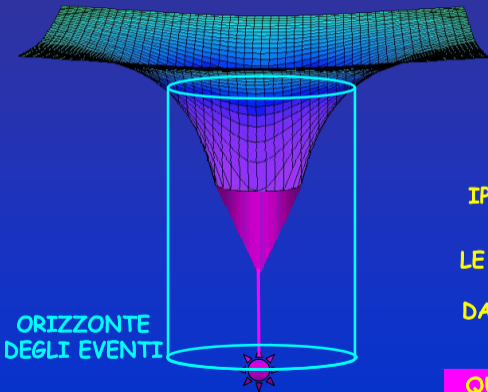
SINGOLARITA'





## SINGOLARITA' NUDE?

ALL'INTERNO DELL'ORIZZONTE SI FORMA UNA  
SINGOLARITA' SPAZIO-TEMPORALE



ORIZZONTE  
DEGLI EVENTI

SINGOLARITA'

UNA VOLTA  
ATTRAVERSATO  
L'ORIZZONTE SI CADE  
INESORABILMENTE  
VERSO LA  
SINGOLARITA'

IPOTESI DEL CENSORE  
COSMICO

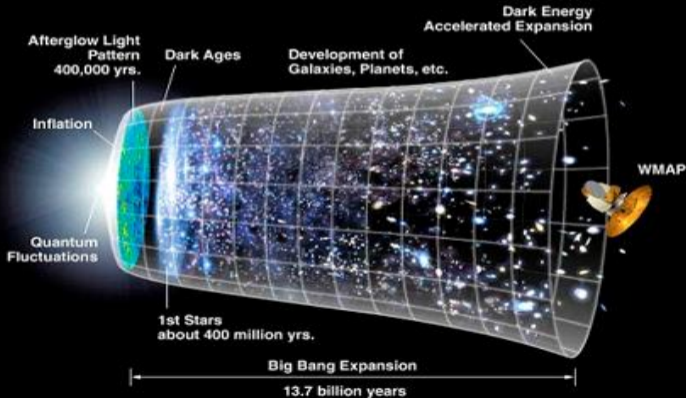
LE SINGOLARITA' SONO  
SEMPRE NASCOSTE  
DALL'ORIZZONTE DEGLI  
EVENTI

QUESTIONE APERTA



# NATI DALL'INFINITO?

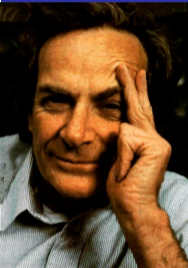
"Principio degli esseri è l'infinito... da dove infatti gli esseri hanno origine" **Anassimandro**



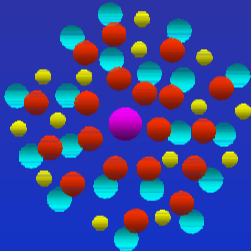


## VESTIRE GLI ELETTRONI

NELL'ELETTRODINAMICA QUANTISTICA SE SI TENTA DI  
CALCOLARE LA CARICA E LA MASSA DI UN ELETTRONE  
RISULTANO INFINITE



R. Feynman 1918-1988



S.I. Tomonaga 1906-1979

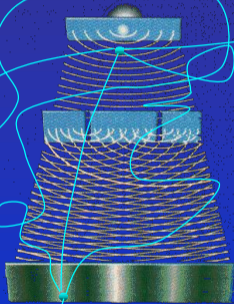
LA CARICA NUDA INFINITA E' SCHERMATA DA UNA NUBE DI  
PARTICELLE VIRTUALI

LE TECNICHE DI RINORMALIZZAZIONE PERMETTONO DI  
CANCELLARE LE QUANTITA' INFINITE



# INFINITE STORIE

UNA PARTICELLA "PERCORRE" TUTTE LE TRAIETTORIE POSSIBILI



LA TRAIETTORIA CLASSICA E' QUELLA  
DI MASSIMA PROBABILITA'

ESISTONO FORSE INFINITI UNIVERSI  
IN CIASCUNO DEI QUALI E' SCELTA  
UNA DELLE POSSIBILI TRAIETTORIE?

INTERPRETAZIONE A PIU' MONDI  
DELLA MECCANICA QUANTISTICA

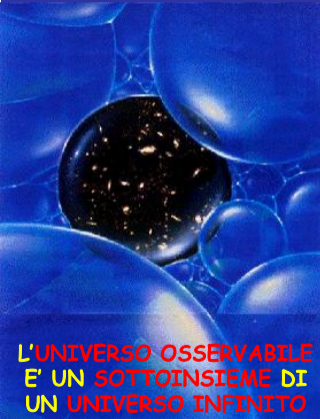
ALCUNE DELLE TRAIETTORIE  
POSSIBILI PER L'ELETTRONE



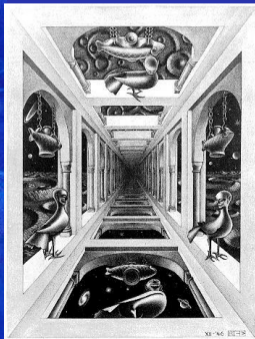
# TUTTO AVVIENE

**IN UN UNIVERSO INFINITO TUTTO E' REPLICATO INFINITE VOLTE E TUTTE LE CONFIGURAZIONI DOVREBBERO REALIZZARSI**

**VIAGGIANDO INCONTREREMMO INFINITE COPIE DI NOI STESSI**



**L'UNIVERSO OSSERVABILE E' UN SOTTOINSIEME DI UN UNIVERSO INFINITO**



**NON SEMPRE STRUTTURE INFINITE PRODUCONO TUTTE LE POSSIBILITA'**

**Gallery 1946  
M. Escher**





## L'ETERNO RITORNO?

SE IL TEMPO E' CICLICO QUELLO CHE E' STATO SARA' E QUELLO  
CHE SARA' E' STATO UN'INFINITA' DI VOLTE



Cavalieri M. C. Escher 1946

A circular wreath composed of numerous cutouts of swans, alternating in color between black and white. The swans are arranged in a dense, overlapping pattern, creating a textured, three-dimensional effect. The background is a light gray with a fine grid pattern.

*GRAZIE PER  
L'ATTENZIONE!!!*

*DOMANDE?*